

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAJÍMAVÁ TROJICE - ŘEŠENÍ

Označíme-li hledaná přirozená čísla x, y, z , pak podle zadání úlohy musí platit:

$$x + y + z = 80$$

$$x = yz$$

Dostáváme soustavu dvou rovnic o třech neznámých, po dosazení za x z druhé rovnice pak jednu rovnici o dvou neznámých ve tvaru

$$yz + y + z = 80, \text{ kterou máme řešit v množině přirozených čísel (diofantická rovnice).}$$

Pokud k oběma stranám rovnice přičteme číslo 1, můžeme vhodně vytknout a rozložit levou stranu rovnice na součin dvou činitelů.

$$\text{Tedy: } yz + y + z + 1 = 80 + 1$$

$$y \cdot (z + 1) + (z + 1) = 81$$

$$(z + 1)(y + 1) = 81$$

Nyní hledáme přirozená čísla $z + 1, y + 1$, jejichž součin je roven číslu 81. Existují tři takové dvojice přirozených čísel a to:

$$1, 81$$

$$3, 27$$

$$9, 9$$

Z první dvojice vyplývá: $z + 1 = 1 \Rightarrow z = 0$, ale $0 \notin N$, tedy tato dvojice nevyhovuje podmínkám naší úlohy.

Z druhé dvojice plyne: $z + 1 = 3 \Rightarrow z = 2, y + 1 = 27 \Rightarrow y = 26$, tedy $x = 2 \cdot 26 = 52$ a třetí dvojice dává výsledek: $z + 1 = 9 \Rightarrow z = 8, y + 1 = 9 \Rightarrow y = 8$, tedy $x = 64$. Zkouškou ověříme správnost našich výpočtů.

Daná úloha má tedy dvě řešení: $x = 52, y = 26, z = 2$ a $x = 64, y = 8, z = 8$