

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DVĚ HELIKOPTERY

Popis aktivity

Určení vzdálenosti dvou bodů v prostoru.

Předpokládané znalosti

Bod v prostoru, analytické vyjádření přímky, vzdálenost bodů v prostoru

Zadání

Z letiště, jehož poloha odpovídá bodu $L[0;0;0]$ odstartovaly společně dvě helikoptery po stejné dráze letu. Když se obě dostaly do bodu $S\left[50;50;\frac{1}{2}\right]$ (souřadnice jsou v kilometrech), tak se rozdělily a pokračovaly v letu různými směry, ale stále ve stejné výšce. Helikoptéra H_1 letěla na jih po přímce p , helikoptéra H_2 na východ po přímce q , obě helikoptery udržovaly stejnou průměrnou rychlost.



$$\begin{aligned} p: x &= 50 + t \\ y &= 50 \\ z &= \frac{1}{2}, t \in R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q: x &= 50 \\ y &= 50 + s \\ z &= \frac{1}{2}, s \in R \end{aligned}$$

Po hodině letu, kdy se helikoptéra H_1 nacházela v bodě $A\left[200;50;\frac{1}{2}\right]$ jí selhaly přístroje a pilot musel okamžitě nouzově přistát v bodě $P[200;50;0]$. Ve stejném okamžiku byla o nehodě informována posádka druhé helikoptéry. Ihned přerušila svůj let a letěla přímo k místu nehody P .

- V jakém místě se nacházela helikoptéra H_2 v okamžiku, kdy se posádka dověděla o nehodě?
- Jakou rovnicí má přímka, po které letí helikoptéra H_2 k místu P ?
- Jakou rychlostí letěla helikoptéra H_2 , jestliže dorazila k místu nehody za 55 min?

Možný postup řešení, metodické poznámky

a) Jestliže se helikoptéra H_1 po hodině letu nacházela v místě $A\left[200;50;\frac{1}{2}\right]$, pak od místa $S\left[50;50;\frac{1}{2}\right]$ urazila vzdálenost $|SA| = \sqrt{(200-50)^2} = 150 \text{ km}$. Protože obě helikoptery letěly stejnou průměrnou rychlostí, urazila helikoptéra H_2 za hodinu také 150 km, bude tedy za hodinu v místě $B\left[50;200;\frac{1}{2}\right]$ (přímka, po které letěla, je rovnoběžná s osou y).

b) Helikoptéra letí po přímce BP , jejíž směrový vektor $P - B = \left(150; -150; -\frac{1}{2}\right)$. Rovnice této přímky tedy je:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x = 50 + 150r$$

$$y = 200 - 150r$$

$$z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}r, r \in R$$

c) Vzdálenost bodů B, P je $|BP| = \sqrt{(200 - 50)^2 + (50 - 200)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{45000,25}$.

Jestliže tuto vzdálenost helikoptéra urazila za 55 minut, pak musela letět rychlostí

$$v = \frac{\sqrt{45000,25}}{\frac{55}{60}} = \frac{60 \cdot \sqrt{45000,25}}{55} \doteq 231,4$$

Helikoptéra H_2 letěla k místu nehody rychlostí $231,4 \text{ km h}^{-1}$.

Doplňkové aktivity

Vzhledem k umístění bodů a rovnicím přímk v soustavě souřadnic lze úlohu řešit i jiným způsobem – využít pravoúhlých trojúhelníků a Pythagorovy věty.