

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KAM SMĚŘUJE 1

Popis aktivity

Práce se směrnicí tečny ke grafu funkce a využití její grafické interpretace, popis některých vlastností funkce.

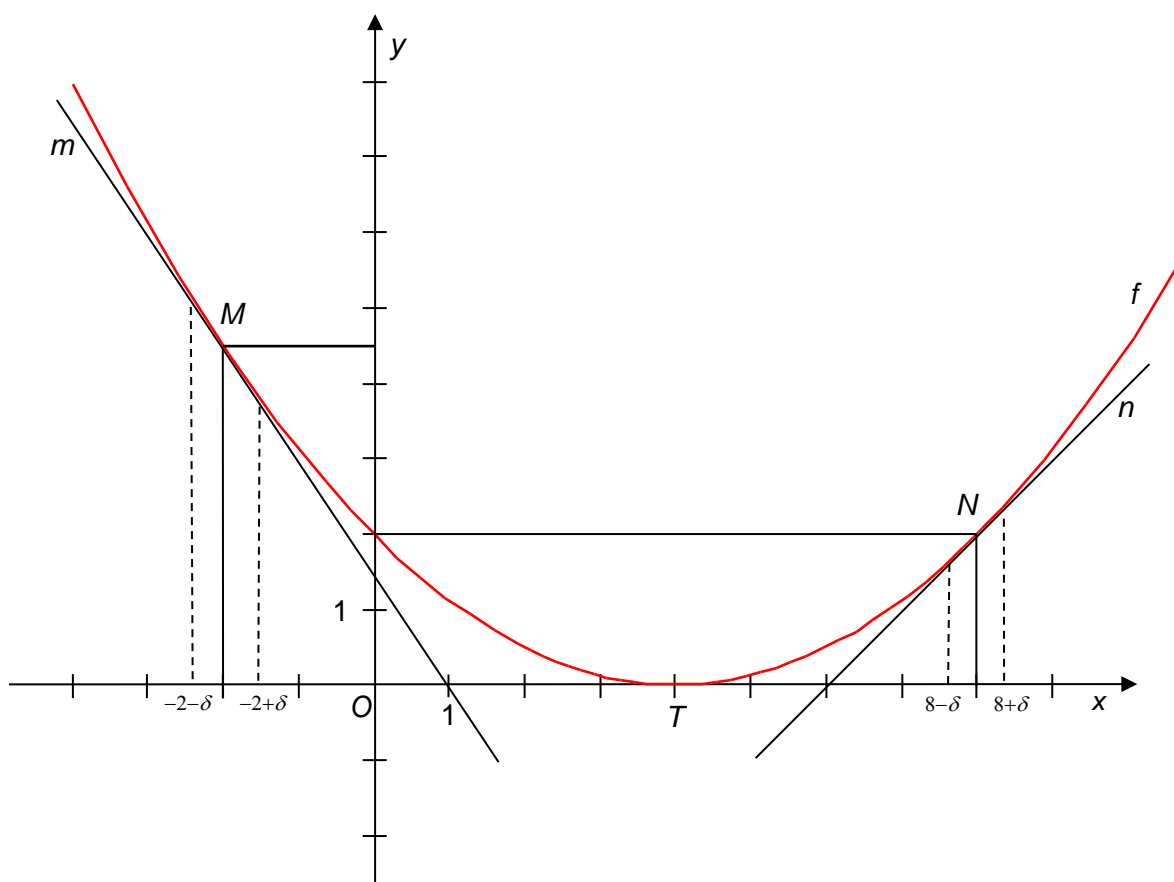
Předpokládané znalosti

Směrnice přímky, tečna grafu funkce, monotonie

Zadání

Ke grafu funkce jsou sestrojeny tečny s body dotyku $M[-2; 4,5]$ a $N[8; 2]$.

1. Určete z grafu směrnici tečny m , která se dotýká grafu funkce v bodě M .
2. Určete z grafu směrnici tečny n , která se dotýká grafu funkce v bodě N .
3. Určete monotonii funkce f v intervalu $(-2 - \delta; -2 + \delta)$ a v intervalu $(8 - \delta; 8 + \delta)$, kde $\delta > 0$.
4. Jak souvisí monotonie se směrnicí tečny?
5. Ve kterém bodě se dotýká grafu funkce f tečna se směrnicí -1 ?
6. Z grafu určete, ve kterém bodě nabývá funkce minima.
7. Zapište hodnotu minima.
8. Zapište souřadnice bodu dotyku T tečny grafu funkce f , která má směrnicí 0 .
9. Je správné říkat, že v bodě T nabývá funkce f minima?



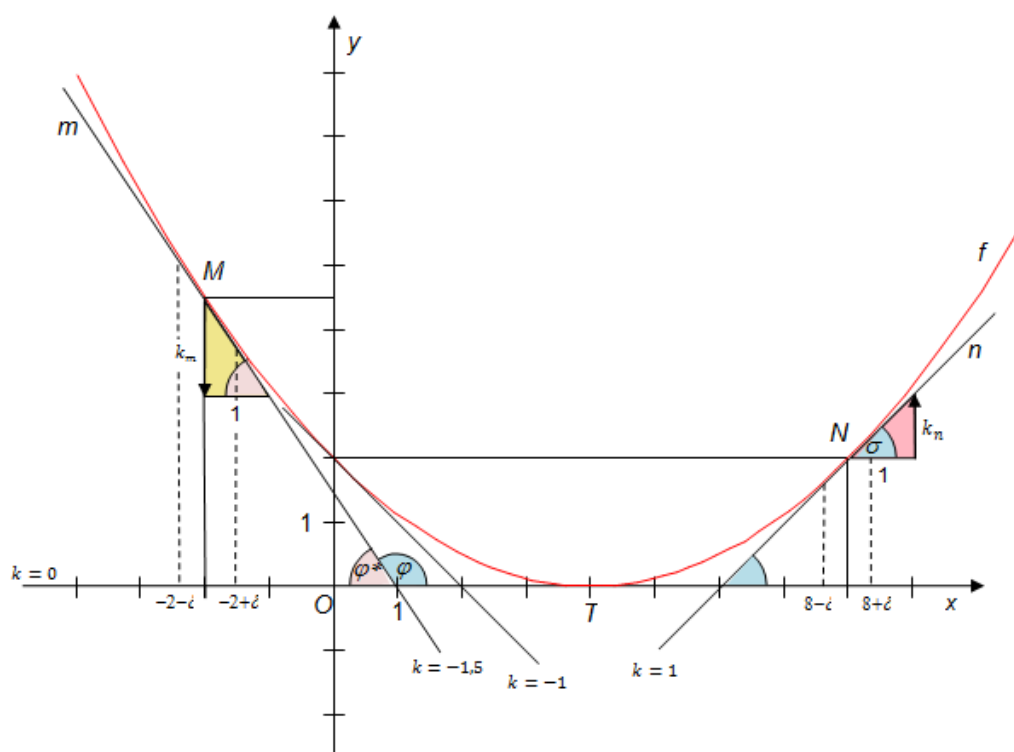
Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Směrnici tečny lze určit několika způsoby. Směrnice k je tangens úhlu, který svírá přímka s kladným směrem souřadnicové osy x . Hodnotu tangens můžeme získat jako poměr odvěsen v pravoúhlém

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

trojúhelníku, kde přilehlá odvěsna má délku 1. Jinými slovy: Posuneme-li se z libovolného bodu přímky o jednotku doprava, pak se musíme posunout o směrnici k ve směru souřadnicové osy y , abychom se vrátili zpět na přímku. Pro směrnici přímky m platí:

$$k_m = \operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg} \varphi^* = \frac{-1,5}{1} = -1,5$$



- Podobně směrnice tečny n je $k_n = \operatorname{tg} \sigma = \frac{1}{1} = 1$.
- V intervalu $(-2 - \delta; -2 + \delta)$ je funkce f klesající a v intervalu $(8 - \delta; 8 + \delta)$ je funkce f rostoucí.
- Existuje-li tečna ke grafu funkce s bodem dotyku $[x_0; y_0]$, pak záporná směrnice znamená, že funkce je v okolí bodu x_0 klesající, kladná směrnice znamená, že funkce je v okolí bodu x_0 rostoucí.
- Tečna se směrnicí -1 se dotýká grafu v bodě $[0; 2]$, který představuje průsečík grafu funkce se souřadnicovou osou y .
- Funkce nabývá minima v bodě 4.
- Hodnota minima je 0.
- Tečna se směrnicí 0 je souřadnicová osa x , které se graf funkce f dotýká v bodě $T[4; 0]$.
- Není to správné. Rozlišujeme bod funkce, tj. hodnota proměnné x a bod grafu funkce, který je určen dvěma souřadnicemi $[x; y]$. Můžeme však říci, že bod T je vrchol grafu funkce f .

Doplňkové aktivity

Musí každá funkce, k jejímuž grafu lze sestavit tečnu se směrnicí 0, nabývat lokálního extrému (minimum nebo maximum)?

Obrazový materiál

Dílo autora