

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KŘIVKA ZA PLOTEM 1

Popis aktivity

Kreslení grafů funkcí zčásti definovaných směrnici tečen.

Předpokládané znalosti

Tečna grafu funkce, směrnice tečny, exponenciální funkce

Potřebné pomůcky

Rýsovací potřeby

Zadání

V soustavě souřadnic zakreslete takový graf funkce f , jehož tečna v libovolném (v každém) bodě $M[x, f(x)]$ má směrnici $f(x)$.

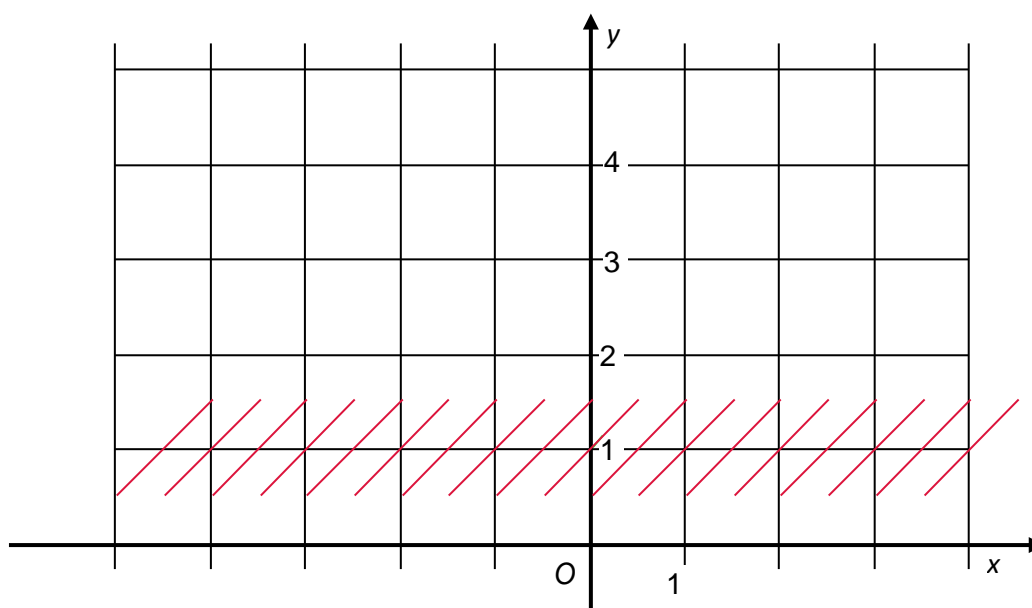
(Např. má-li bod grafu souřadnice $[3, 1]$ nebo $[-5; 1]$ apod., tečna v takovém bodě musí mít směrnici 1. V bodě grafu $[2; -3]$ musí mít tečna směrnici -3 apod.)

Najděte alespoň dvě různá řešení.

Zapište předpisy jednotlivých funkcí.

Možný postup řešení, metodické poznámky

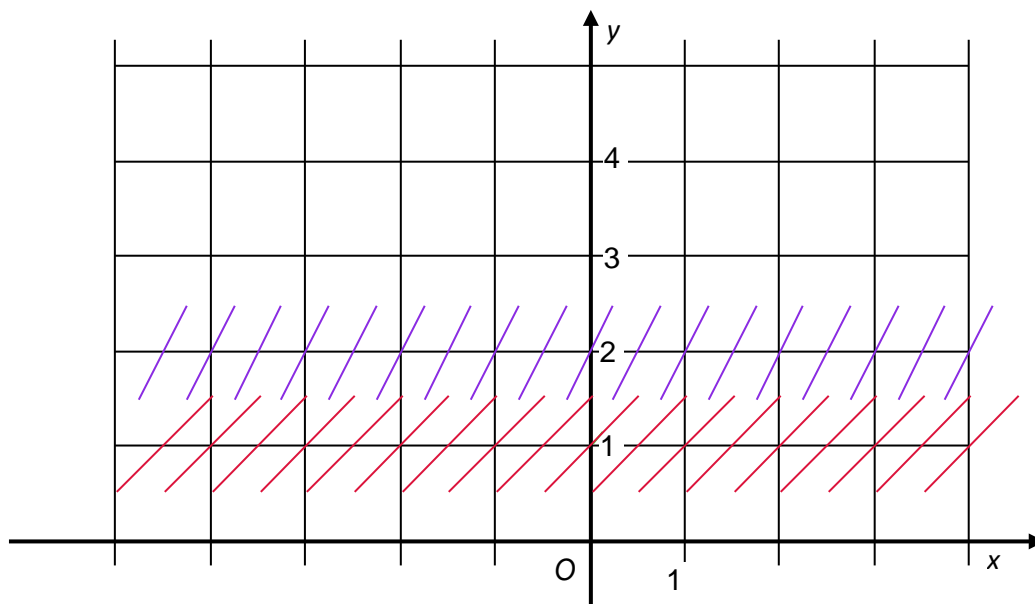
Nejprve zkusíme vytvořit např. tečny v několika bodech se souřadnicemi $[x; 1]$, kde x může být libovolné reálné číslo:



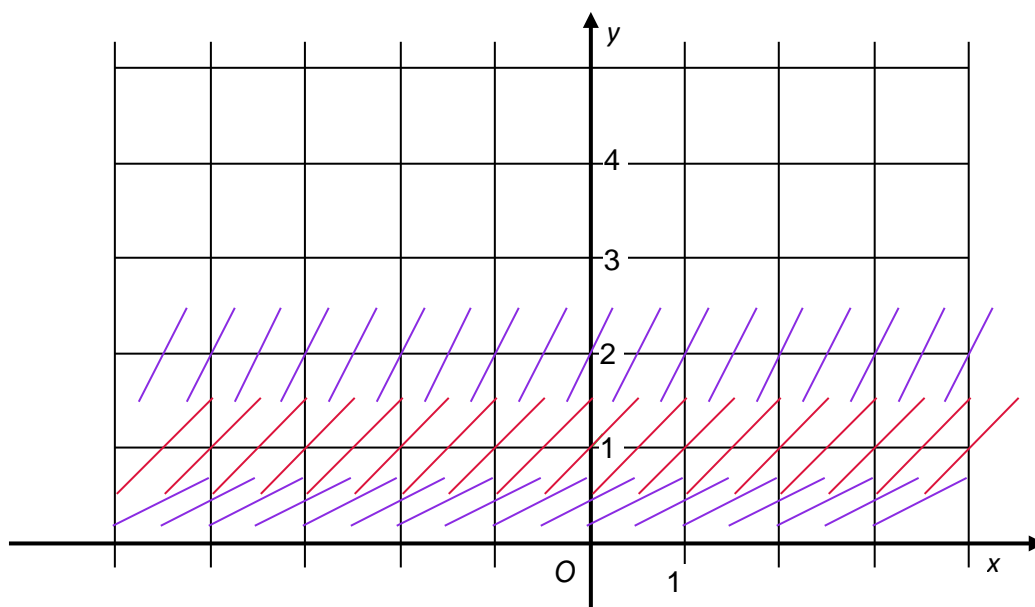
Postačí ty části tečen, které obsahují možný bod dotyku. Tečny vytvoří malý plůtek.

Nyní přidáme tečny, které se dotýkají grafu v některém z bodů s druhou souřadnicí 2:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

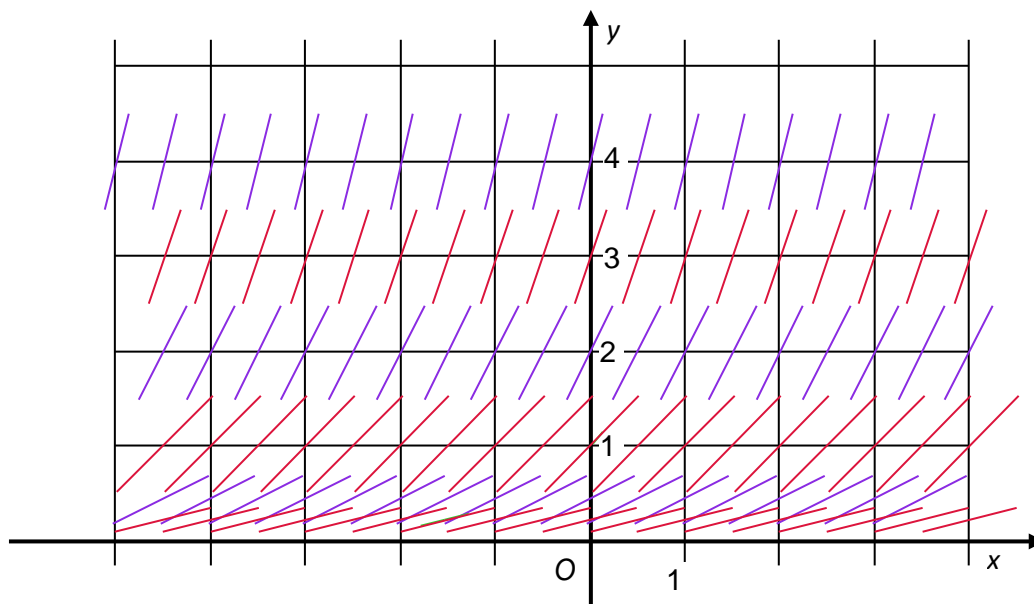


Dále sestrojme tečny, které se dotýkají grafu v některém z bodů s druhou souřadnicí $\frac{1}{2}$:

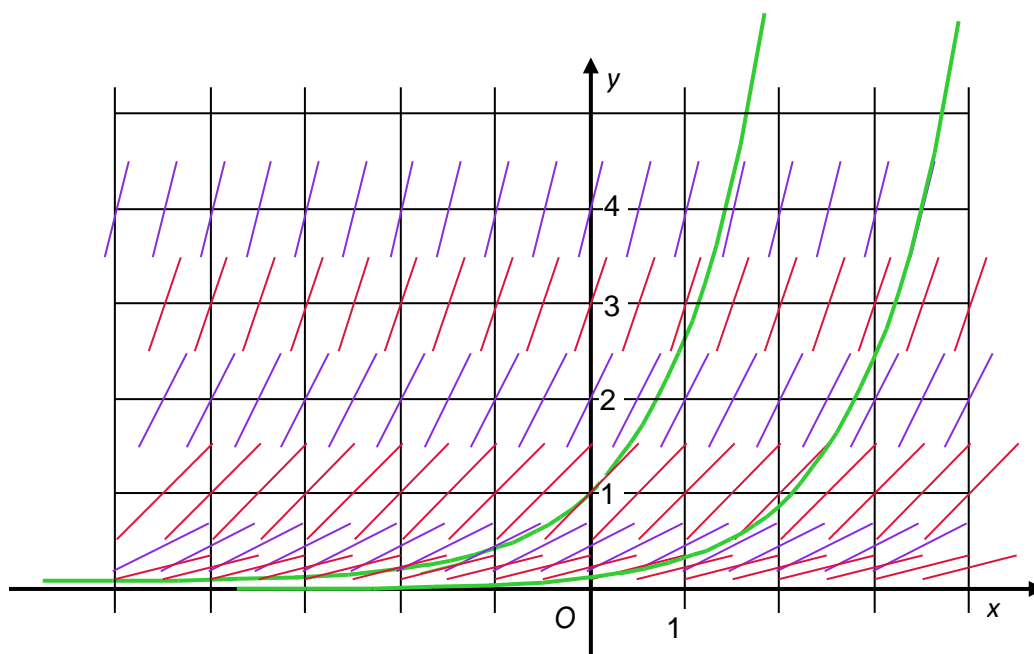


Můžeme zkusit ještě další směrnice tečen: 3, 4 a $\frac{1}{4}$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

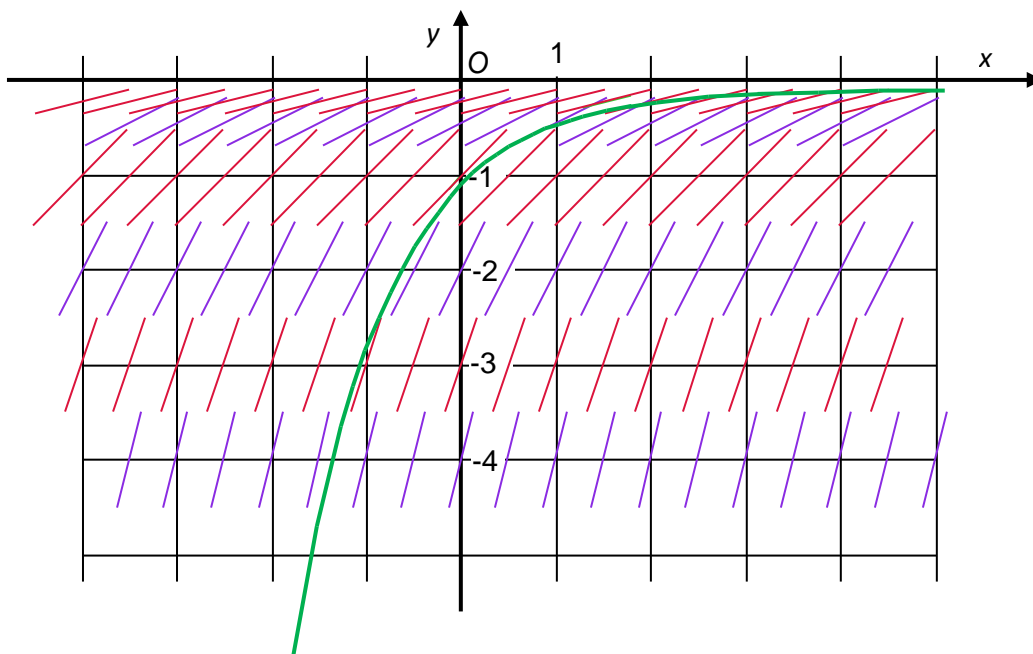


Nyní zkusme vytvořit graf funkce s některými ze zakreslených tečen (tečny je možné posunovat libovolným způsobem ve vodorovném směru):

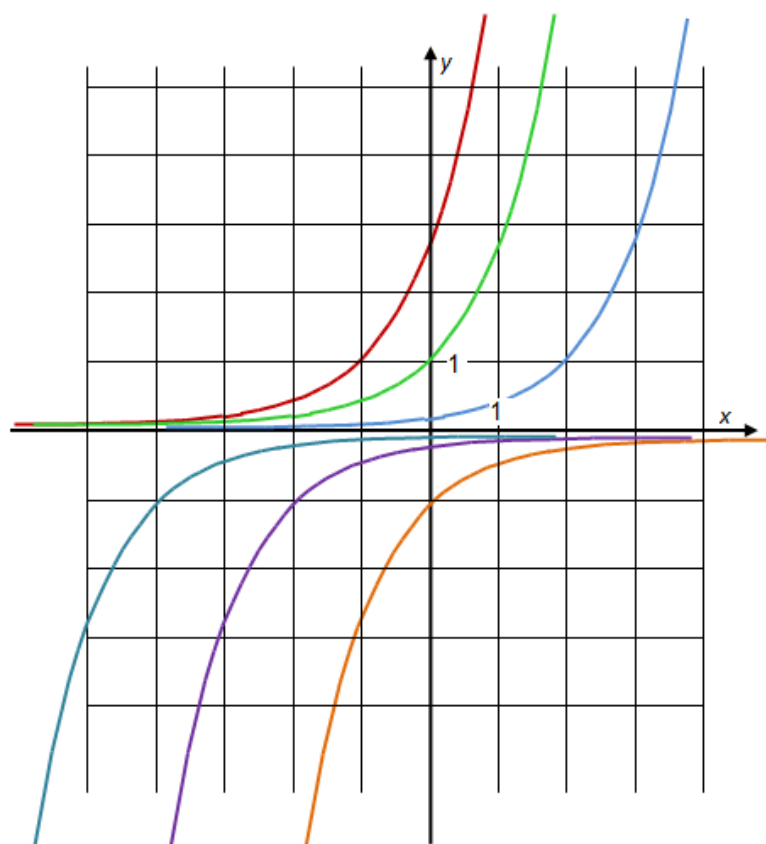


Pokud využijeme i záporných směrnic, sestrojíme ještě grafy ve 3. a 4. kvadrantu:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Zobrazme grafy funkcí ještě jednou, tentokrát bez pomocných tečen.



Funkce, jejíž graf prochází bodem $[0; 1]$, připomíná exponenciální funkci. Předpis takové funkce je $y = a^x$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ostatní funkce v prvním a druhém kvadrantu vzniknou pouze posunutím ve směru souřadnicové osy x a mají předpis $y = a^{x-m}$.

Funkce, jejíž graf je ve třetím a čtvrtém kvadrantu a prochází bodem $[0; -1]$, je obrazem prvního grafu, a to ve středové souměrnosti se středem v počátku O . Její předpis je $y = -a^{-x}$, resp.

$$y = -\frac{1}{a^x}.$$

Doplňkové aktivity

V soustavě souřadnic zakreslete graf funkce, který má v každém svém bodě $M[x, f(x)]$ tečnu se směrnicí x .

Řešení:

Grafem jsou paraboly s předpisy $y = 0,5x^2 - n$, kde n může být libovolné reálné číslo.

Obrazový materiál

Dílo autora