

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

OVCE A KOZY 3

Popis aktivity

Hledání vztahů mezi čísly a zobrazování těchto vztahů v diagramu i grafu. Doplnění grafu podle požadavků.

Předpokládané znalosti

Operace s přirozenými čísly, grafické znázornění zlomků, sestavení grafu přímé úměrnosti

Zadání

Stádo ovcí zkrmí louku za 15 dnů. Sousedovo stádo koz je menší a louku by zkrmilo za 24 dnů. Louka byla rozdělena na poloviny. V jedné části se pase stádo ovcí a ve druhé části stádo koz. Po kolika dnech se mají obě stáda vyměnit, aby byly obě části louky zkrmeny ve stejnou dobu?

Úlohu řešte početně, případně graficky.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Za jeden den ovce zkrmí $\frac{1}{15}$ louky, kozy $\frac{1}{24}$ louky. Obě stáda zkrmí celou louku za x dnů. Za x dnů

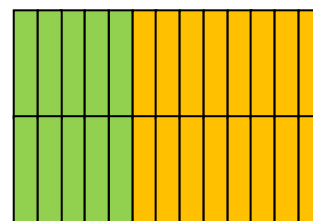
ovce zkrmí $\frac{x}{15}$ louky, kozy $\frac{x}{24}$ louky. Platí:

$$\frac{x}{24} + \frac{x}{15} = 1$$

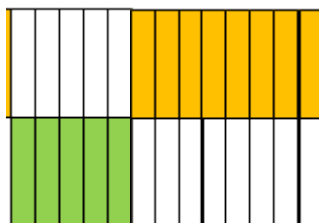
$$x = \frac{24 \cdot 15}{39} = \frac{120}{13} = 9,23$$

Ovce zkrmí větší část louky než kozy, a to v poměru 8 : 5.

Kozy spasou 5 dílů louky, ovce 8 dílů (viz obr.)



Pokud se louka rozdělí na dvě poloviny, můžeme předpokládat, že se obě stáda na svých polovinách budou pohybovat z opačných stran směrem proti sobě. Setkají se za stejnou dobu na hranici, která rozděluje louku v poměru 5 : 8. Poté přejdou na druhou polovinu, kde zbývá stejná část louky ke zkrmení. Tedy ke střídání dojde v polovině doby, za kterou je spasena celá louka (viz obr.).



Pokud by ke střídání došlo později než v polovině (o dobu $t > 0$), pak by kozy zbytek louky zkrmily dříve než ovce.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zbytek horní poloviny louky: $\frac{8}{26} - \frac{t}{24}$, zbytek dolní poloviny louky: $\frac{5}{26} - \frac{t}{15}$

Poměr zbytků louky je:

$$\left(\frac{8}{26} - \frac{t}{24}\right) : \left(\frac{5}{26} - \frac{t}{15}\right) = \left[8 \cdot \left(\frac{1}{26} - \frac{t}{192}\right)\right] : \left[5 \cdot \left(\frac{1}{26} - \frac{t}{75}\right)\right] = 8o : 5k, \text{ kde } o > k,$$

tedy stádo koz musí spát 5 menších dílů a stádo ovcí 5 větších dílů zbývajících plochy.

Pokud by ke střídání došlo dříve než v polovině (o dobu $t > 0$), pak by ovce zbytek louky zkrmilily dříve než kozy.

Zbytek horní poloviny louky: $\frac{8}{26} + \frac{t}{24}$, zbytek dolní poloviny louky: $\frac{5}{26} + \frac{t}{15}$

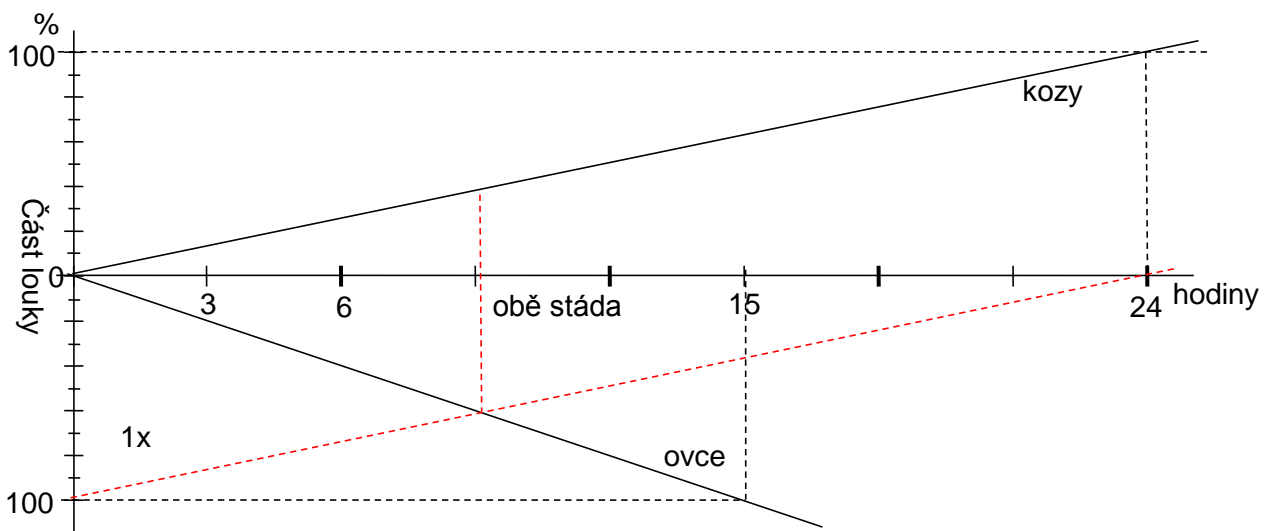
Poměr zbytků louky je:

$$\left(\frac{8}{26} + \frac{t}{24}\right) : \left(\frac{5}{26} + \frac{t}{15}\right) = \left[8 \cdot \left(\frac{1}{26} + \frac{t}{192}\right)\right] : \left[5 \cdot \left(\frac{1}{26} + \frac{t}{75}\right)\right] = 8o : 5k, \text{ kde } o < k,$$

tedy stádo koz musí spát 5 větších dílů a stádo kozovců 5 menších dílů zbývajících plochy.

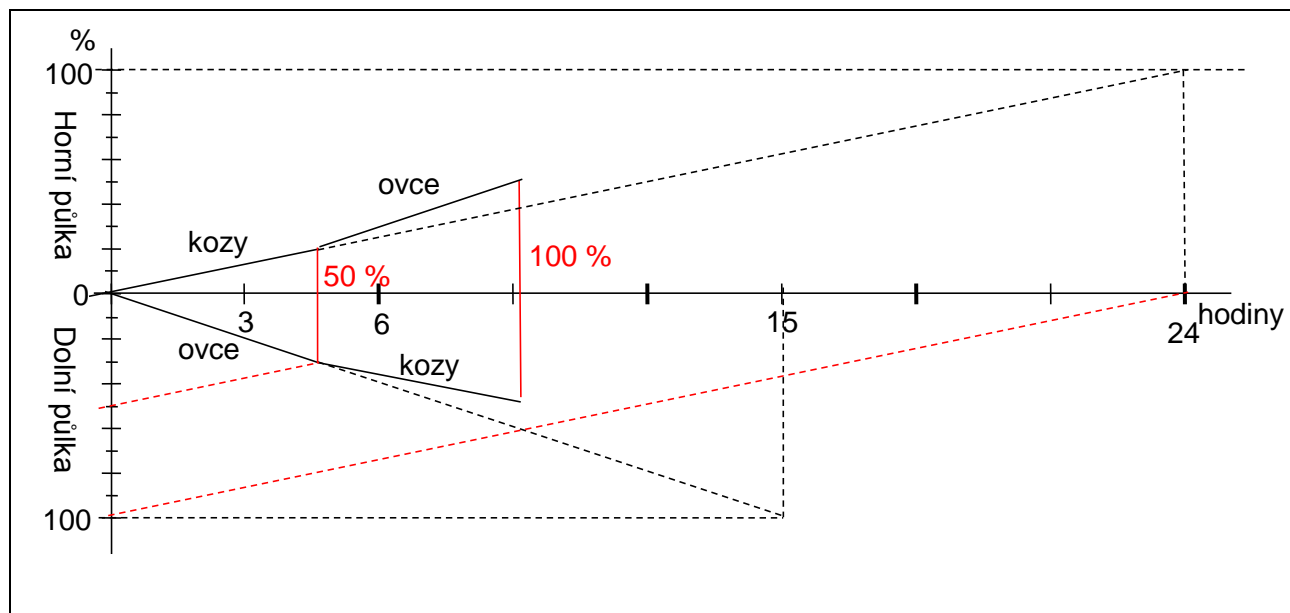
Situaci lze znázornit i graficky.

Přímka nad časovou osou představuje spásání louky kozami, přímka pod časovou osou spásání louky ovce. Délka svislé úsečky spojující oba grafy představuje část louky, kterou spasou obě stáda za dobu vyznačenou na časové ose touto úsečkou.



V dalším grafu je uvedena situace, kdy je louka rozdělena na dvě poloviny. Grafy nad časovou osou představují spásání horní poloviny, pod časovou osou spásání dolní poloviny. Ke střídání stád došlo v polovině časového intervalu.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doplňkové aktivity

Je možné graficky znázornit situaci, kdy je louka rozdělena např. v poměru 6 : 8, a vypočítat, kdy je třeba, aby došlo ke střídání stád, pokud na menší ploše začínají kozy a na větší ploše ovce.

Obrazový materiál

Dílo autora