

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Plochy v parku

Popis aktivity

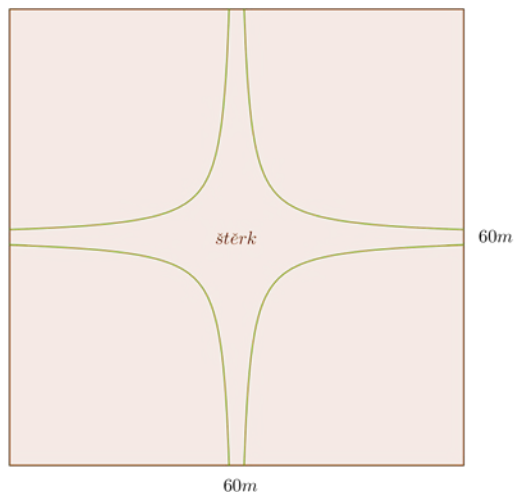
Užití funkce nepřímá úměrnost, výpočet obsahu plochy užitím integrálního počtu.

Předpokládané znalosti

Funkce nepřímá úměrnost, hodnota funkce, určitý integrál

Zadání

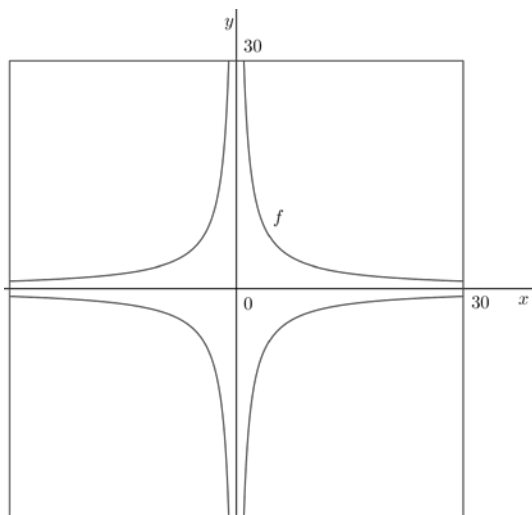
Město chce na čtvercovém pozemku s rozměry 60 m x 60 m zřídit parčík s přístupem ze čtyř stran. Podle návrhu (viz obr.) se má plocha rozdělit na čtyři shodné části, oblouky jsou části funkcí $y = \pm \frac{30}{x}$ a budou omezovat odpočinková místa s lavičkami, pískovišti a hřišti pro děti. Zbytek bude vysypaný štěrkem.



- Jak široké budou cesty při vstupech do areálu?
- Pokud bychom chtěli cestu při vstupu dvakrát širší, jakou funkci bychom museli použít?
- Určete obsah štěrkové plochy podle původního návrhu.

Možný postup řešení, metodické poznámky

- Umístíme obrázek v soustavě souřadnic. Protože se obrazec skládá ze čtyř shodných částí, můžeme uvažovat pouze funkci



$f : x = \frac{30}{x}, x > 0, z > 0$. Šířka cesty s u vstupu bude dvojnásobek funkční hodnoty funkce f pro $x = 30$, tedy

$$s = 2 \cdot f(30) = 2 \cdot \frac{30}{30} = 2.$$

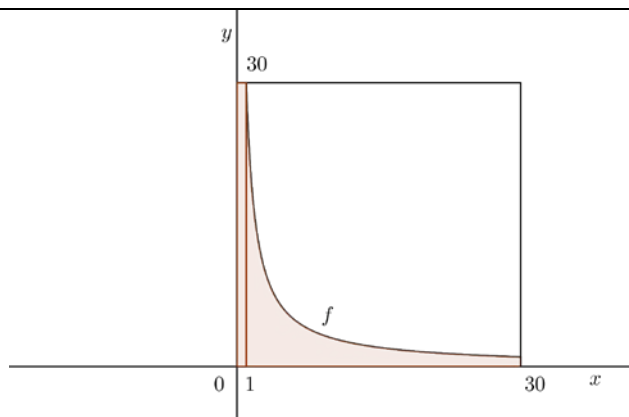
Cesta bude široká 2 m.

- Pokud bychom chtěli cestu dvakrát širší, pak bychom museli použít funkci $f' : y = \frac{60}{x}$. Pak

$$s' = 2 \cdot f'(30) = 2 \cdot \frac{60}{30} = 2 \cdot 2 = 4.$$

- Pro výpočet obsahu štěrkové plochy opět využijeme souměrnosti obrázku.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obsah vybarvené části je součtem obsahu úzkého obdélníka se stranami o délkách 1 m a 30 m a obsahu rovinného útvaru, který je omezen osou x , grafem funkce $f : y = \frac{30}{x}$ a přímkami o rovnicích $x = 1, x = 30$. Obsah tohoto útvaru určíme pomocí integrálního počtu.

Celkem obsah vybarvené části bude

$$S_1 = 30 + \int_1^{30} \frac{30}{x} dx = 30 + 30 \cdot \int_1^{30} \frac{1}{x} dx = 30 + 30 \cdot [\ln|x|]_1^{30} = 30 + 30 \cdot \ln 30.$$

Obsah S štěrkové plochy v celém parčíku pak bude čtyřnásobek S_1 , tedy

$$S = 4 \cdot (30 + 30 \cdot \ln 30) \doteq 528 \text{ m}^2.$$

Doplňkové aktivity

Žáci si mohou zahrát na architekty a předkládat své návrhy parčíků.