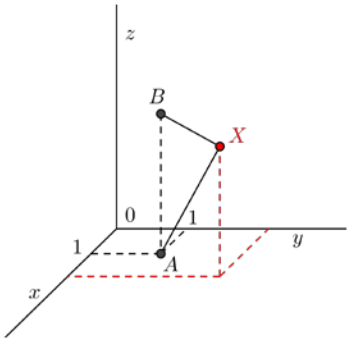
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TROJÚHELNÍKY V PROSTORU - ŘEŠENÍ



a) Takových trojúhelníků je nekonečně mnoho – body A, B s bodem X vždy určují rovinu (pokud by rovinu neurčovaly, pak by bod X ležel na přímce určené body A, B, ale pak by trojúhelník ABX neexistoval) a v každé takové rovině je množinou bodů s požadovanou vlastností kružnice nad průměrem AB (kromě bodů A, B) – viz obrázek.

b) Máme-li určit analytické vyjádření množiny všech bodů X v prostoru, můžeme postupovat dvěma způsoby – buď využijeme Pythagorovy věty, nebo vlastnosti skalárního součinu.

V obou případech označíme $X\left[x; y; z\right]$ a zavedeme vektory

$\vec{u} = A - X = \left(1-x; 1-y; -z\right), \vec{v} = B - X = \left(1-x; 1-y; 2-z\right)$ a při druhém způsobu využijeme toho, že pokud mají být tyto vektory k sobě kolmé, pak jejich skalární součin $\vec{u} \cdot \vec{v}$ musí být roven nule.

Tedy v našem případě $\left(1-x\right)\cdot\left(1-x\right)+\left(1-y\right)\cdot\left(1-y\right)+\left(2-z\right)\cdot\left(-z\right)=0$

Po úpravě $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2-2z=0$

Jestliže k oběma stranám rovnice přičteme číslo 1, pak dostáváme rovnici $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-1\right)^2=1$, což je analytické vyjádření kulové plochy se středem v bodě $\left[1;1;1\right]$ a poloměrem $r=1$.

Množinou všech bodů X v prostoru, pro které platí $\left|\angle AXB\right| = \frac{\pi}{2}$, je kulová plocha s průměrem AB bez bodů A, B.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.