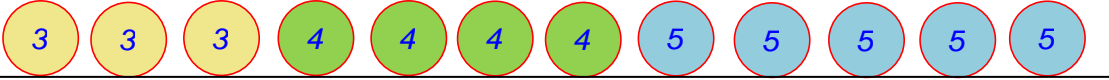
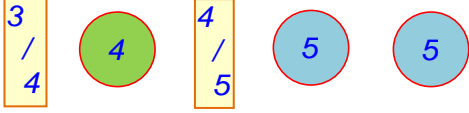



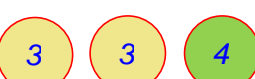


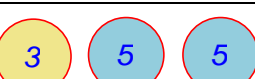

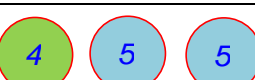



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VÝHODÝ VÝBĚR

Popis aktivity
Počítání pravděpodobnosti. Vyzkoušení hry, v níž nastávají popsané jevy nastávají.
Předpokládané znalosti
Klasická definice pravděpodobnosti, kombinace
Potřebné pomůcky
12 kuliček, kostiček, žetonů nebo jiných předmětů označených odpovídajícími čísly. Čísla mohou být nahrazena barvami.
Zadání
<p>Pravidla hry</p> <p>V osudí (v pytlíku) je 12 tvarově nerozlišitelných kuliček (kostiček, žetonů apod.). Tři kuličky jsou označeny číslem 3, čtyři kuličky číslem 4 a pět kuliček číslem 5. (Místo tří čísel je možné použít tři barvy.)</p>  <p>Každému ze tří hráčů je přiděleno jedno z čísel, 3, 4 a 5.</p> <p>Hráči zapíší na zadní stranu papíru svůj odhad, po kolika kolech hra skončí.</p> <p>Z osudí se vylosuje trojice kuliček. Hráč si zapíše přidělené body a kuličky vrátí zpět do osudí. Losování tří čísel se opakuje, dokud hra neskončí.</p> <p>Hra končí, jsou-li dvakrát po sobě vylosována tři různá čísla.</p> <p>Hráč získává 5 bodů, je-li jeho přidělené číslo na všech třech kuličkách. Pokud nenastane předchozí případ, hráč, jehož číslo ve vylosované trojici kuliček chybí, získává jeden bod.</p> <p>Na konci hry se připočítávají body hráčům s nejlepším odhadem. Kdo se trefil do počtu odehraných kol, získané body násobí dvěma. Kdo odhadl nižší počet kol, než se odehrálo, odečte si 5 bodů. Kdo má neblíže vyšší odhad, připočítá si 5 bodů.</p> <p>Zahrajte si hru. Jakých výsledků jste dosáhli?</p> <ol style="list-style-type: none"> Určete počet všech možných tahů. Jaká je pravděpodobnost, že budou vytaženy tři trojky? Jaká je pravděpodobnost, že budou vytaženy tři čtyřky? Jaká je pravděpodobnost, že budou vytaženy tři pětky? Jaká je pravděpodobnost, že ve vylosované trojici nebude číslo tři? Jaká je pravděpodobnost, že ve vylosované trojici nebude číslo čtyři? Jaká je pravděpodobnost, že ve vylosované trojici nebude číslo pět? Jaká je pravděpodobnost, že hra skončí (jsou tažena dvakrát za sebou tři různá čísla)?
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>1. Vybírají se skupiny tří čísel, z nichž každé se může pakovat. „Přihrádkovou metodou“ pro kombinace s opakováním získáme počet různých výsledků: $\binom{3+2}{3} = \binom{3+2}{2} = \binom{5}{2} = 10$.</p> <p>Zapíšeme vše do tabulky:</p> 

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Možný výsledek	Hráč s číslem			Pravděpodobnost, s níž může kombinace nastat.	Hráč s číslem		
	3	4	5		3	4	5
	Body				Střední zisk bodů za uvedený výsledek v jednom tahu		
	5			$\frac{1}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{220}$	$\frac{5}{220}$		
		5		$\frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{4}{220}$		$\frac{20}{220}$	
			5	$\frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{10}{220}$			$\frac{50}{220}$
			1	$\frac{\binom{3}{2} \cdot 4}{\binom{12}{3}} = \frac{12}{220}$			$\frac{12}{220}$
		1		$\frac{\binom{3}{2} \cdot 5}{\binom{12}{3}} = \frac{15}{220}$		$\frac{15}{220}$	
			1	$\frac{3 \cdot \binom{4}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{18}{220}$			$\frac{18}{220}$
		1		$\frac{3 \cdot \binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{30}{220}$		$\frac{30}{220}$	
	1			$\frac{\binom{4}{2} \cdot 5}{\binom{12}{3}} = \frac{30}{220}$	$\frac{30}{220}$		
	1			$\frac{4 \cdot \binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{40}{220}$	$\frac{40}{220}$		
				Průměrný zisk bodů v jednom tahu	$\frac{75}{220}$	$\frac{65}{220}$	$\frac{80}{220}$
				$\frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot 3! = \frac{3}{11} = \frac{60}{220}$			
Dvakrát za sebou	Konec hry			$\left(\frac{3}{11}\right)^2 = \frac{9}{121} = \frac{1}{13,4}$			

Odpovědi na otázky 2, 3, 4 jsou v tabulce.

5. ... nebude číslo tři: $\frac{84}{220}$; 6. ... nebude číslo čtyři: $\frac{56}{220}$; 7. ... nebude číslo pět: $\frac{35}{220}$; 8. ...hra skončí: $\frac{9}{121}$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Doplňkové aktivity	
Dokážete odhadnout, které číslo je pro hráče nejpříznivější? Řešení: Z dlouhodobého hlediska je nejvýhodnější číslo 5, nejméně výhodné číslo 4. Obměna hry Hráči by si mohli přidělená čísla vyměnit, jakmile padne trojice různých čísel.	
Obrazový materiál	Dílo autora