ZRCADLO V PARABOLE

Popis aktivity

Vrcholová rovnice paraboly s osou rovnoběžnou s osou x, určení vrcholu, ohniska a rovnice přímky odraženého paprsku procházejícího ohniskem.

Předpokládané znalosti

Vrcholová rovnice paraboly, poloha vrcholu, orientace, souřadnice ohniska, vlastnosti paraboly

Zadání

Kolmým osovým řezem parabolické zrcadlové plochy vznikne parabola, kterou lze v soustavě souřadnic Oxy popsat rovnicí $y^2 + 12x - 36 = 0$ Zakreslete tuto množinu bodů do soustavy souřadnic, určete její průsečíky s osami x a y, souřadnice ohniska paraboly a určete rovnici přímky, v které se od zrcadlové plochy bude odrážet paprsek, dopadající na parabolu v přímce $y - x = 0$.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Po úpravě dostáváme rovnici $y^2 = -12(x - 3)$. Jde tedy o parabolu s osou v ose x, vrcholem $V[3; 0]$, a ohniskem v počátku soustavy souřadnic Oxy.

Paprsky dopadající na parabolickou plochu rovnoběžně s její osou se, jak známo, odrážejí do jejího ohniska a naopak.

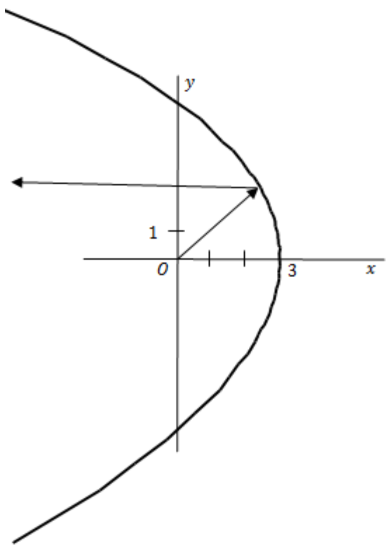
Je tedy třeba určit průnik přímky zadané rovnicí $y = x$ a paraboly $y^2 + 12x - 36 = 0$.

Z kvadratické rovnice $x^2 + 12x - 36 = 0$ získáme dvě řešení a tedy i dva průsečíky přímky s parabolou:

$P_1\left[6(\sqrt{2} - 1); 6(\sqrt{2} - 1)\right]$ a $P_2\left[-6(\sqrt{2} + 1); -6(\sqrt{2} + 1)\right]$

Ve shodě s tímto výsledkem budou rovnice přímek $p_{1,2}$ odražených paprsků mít zadání:

$y_1 = 6(\sqrt{2} - 1)$ a $y_2 = -6(\sqrt{2} + 1)$



Doplňkové aktivity

Určete typ křivky zadané rovnicí $2x^2 + y + 4x + 1 = 0$. Určete její průsečíky se soustavou souřadnic Oxy. Napište rovnici tečny ke křivce, která je rovnoběžná s přímkou $y - x = 0$.

Řešení: Jde o parabolu o rovnici $y - 1 = -2(x + 1)^2$. Její vrchol má souřadnice $V[-1; 1]$, osa je rovnoběžná s osou y a průsečíky s osou x mají hodnotu $x_{1,2} = -1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Průsečík s osou y je $P[0; -1]$. Hledanou tečnou bude přímka $y = x + \frac{17}{8}$, neboť jeden dvojnásobný kořen má rovnice $2x^2 + x + k + 4x + 1 = 0$ pro $k = \frac{17}{8}$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Lesáková

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.