

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZTRACENÝ SYMBOL

Popis aktivity

Odhalení tajemství matematického zápisu s absolutními hodnotami, sestrojení grafu relace.

Předpokládané znalosti

Součinný tvar rovnice, význam absolutní hodnoty, lineární funkce a její graf

Zadání

Klíčem k odhalení tajemství je symbol čtyřcípé hvězdy. Její přesný tvar se ztratil, ale byl nalezen tento zápis:

$$(2 \cdot |y| + |x| - 2) \cdot (2 \cdot |x| + |y| - 2) = 0.$$

Odhalte tajemství zápisu.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Odhalování tajemství začíná tím, že si uvědomíme, že součin je roven nule, pokud aspoň jeden z činitelů součinu je roven nule. Musí tedy platit:

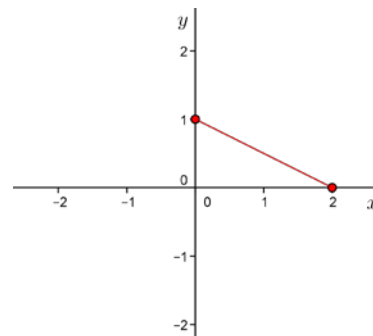
$$(2 \cdot |y| + |x| - 2) = 0 \vee (2 \cdot |x| + |y| - 2) = 0.$$

Rozebereme každý případ zvlášť. Tedy nejprve

a) $2 \cdot |y| + |x| - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot |y| = -|x| + 2 \Leftrightarrow |y| = -\frac{1}{2} \cdot |x| + 1$. Nyní začíná diskuse, která spočívá v rozlišení čtyř případů:

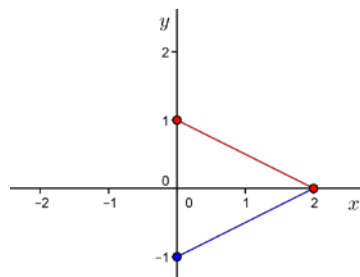
- 1) $x \geq 0 \wedge y \geq 0$
- 2) $x \geq 0 \wedge y < 0$
- 3) $x < 0 \wedge y \geq 0$
- 4) $x < 0 \wedge y < 0$

V prvním případě místo relace $|y| = -\frac{1}{2} \cdot |x| + 1$ dostaneme závislost, která je dána rovnicí $y = -\frac{1}{2} \cdot x + 1$. Jedná se o část lineární funkce, jejímž grafem je úsečka (červená) s krajními body $[0;1]$, $[2;0]$.



Načtneme si hned první případ v soustavě souřadnic v rovině a začneme odhalovat tajemství pomocí matematiky.

Druhý případ zachovává nezápornou hodnotu x , hodnota y je opačná. Ale to znamená, že grafem této části lineární funkce musí být úsečka osově souměrná podle osy x (modrá). A další část hledaného symbolu je na světě.

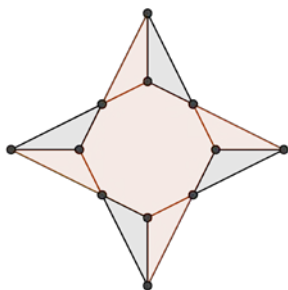


Stejnými úvahami s využitím osové souměrnosti podle osy y dostaneme grafické znázornění dalších dvou případů a polovina tajemství je odhalena.

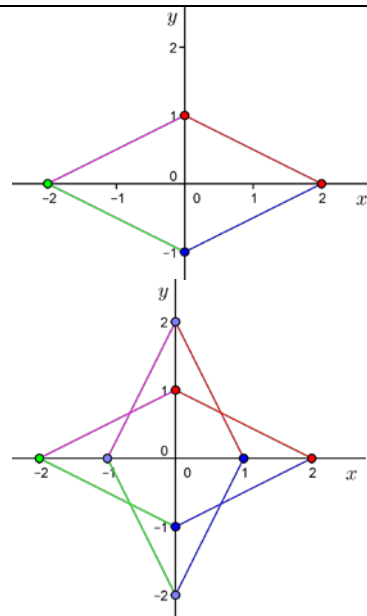
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) Všimněme si, že ve druhé závorce jsou pouze zaměněny hodnoty x a y .

Tedy i graf příslušné relace $(2 \cdot |x| + |y| - 2) = 0$ můžeme sestavit hned tak, že zaměníme souřadnice příslušných bodů – např. místo bodů o souřadnicích $[0;1]$, $[2;0]$ to budou body o souřadnicích $[1;0]$, $[0;2]$. A je odhalena i druhá polovina tajemství.



Tajný symbol čtyřcípé hvězdy jsme našli a pomohli tak odhalit tajemství. Pomohla nám k tomu matematika.



Doplňkové aktivity

Dalším tajemstvím může být např. vzdálenost špiček jednotlivých cípů nebo obsah vnitřního osmiúhelníka – žáci si mohou dávat úkoly navzájem. Vyhraje ten, kdo tajemství odhalí jako první.

Obrazový materiál

Dílo autora