

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

FARMÁŘSKÉ BEDÝNKY

Popis aktivity

Hledání maximální hodnoty funkce při splnění daných podmínek.

Předpokládané znalosti

Sestavení nerovnic se dvěma neznámými, grafické znázornění lineárních rovnic a nerovnic

Potřebné pomůcky

Zadání



Jeden z farmářů, kteří dodávají zákazníkům bedýnky s čerstvou zeleninou, má denně k dispozici maximálně 30 kg brambor, 10 kg mrkve a 17 kg cibule. Zeleninu dává do dvou typů bedýnek. V menších bedýnkách je 1 kg brambor, 1 kg mrkve a 2 kg cibule, ve větších je 5 kg brambor, 1 kg mrkve a 1 kg cibule. Čistý zisk z každé menší bedýnky pro farmáře je 30 Kč, z větší 45 Kč. Pomozte farmářovi spočítat, kolik menších a kolik větších bedýnek má denně zkompletovat, aby měl maximální zisk.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Označíme-li např. počet menších bedýnek x ($x \in N_0$) a počet větších bedýnek y ($y \in N_0$), pak to, že v menších bedýnkách je 1 kg brambor a ve větších 5 kg brambor a celkem má farmář k dispozici 30 kg brambor, vyjadřuje nerovnice:

$$x + 5y \leq 30$$

Obdobně vyjádříme další podmínky, tj. pro množství mrkve v bedýnkách musí platit:

$$x + y \leq 10$$

A pro množství cibule:

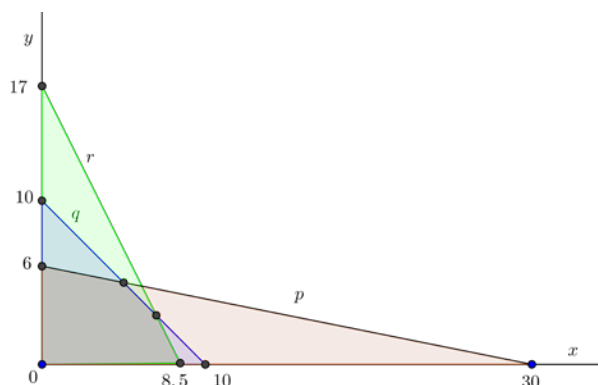
$$2x + y \leq 17$$

Označíme-li výši zisku z , pak hledáme z tak, aby hodnota funkce $z = 30x + 45y$ byla maximální.

Žáci mohou nyní dosazovat dvojice přirozených čísel x, y tak, aby vyhovovaly všem podmínkám a počítat výši zisku. Dosazováním zjistí, že všem třem podmínkám vyhovují pouze dvojice $[5;5], [6;4], [7;3]$ a výše zisku pro uvedené dvojice je 375 Kč, 360 Kč, 345 Kč. Největšího zisku tedy farmář dosáhne tehdy, bude-li kompletovat 5 menších a 5 větších bedýnek.

Jedná se o jednoduchou úlohu lineárního programování. Můžeme žákům poradit, aby si dané údaje zapsali do tabulky, sestavili příslušné rovnice a nerovnice a pokusili se úlohu řešit graficky.

Grafické znázornění podmínek ukazuje

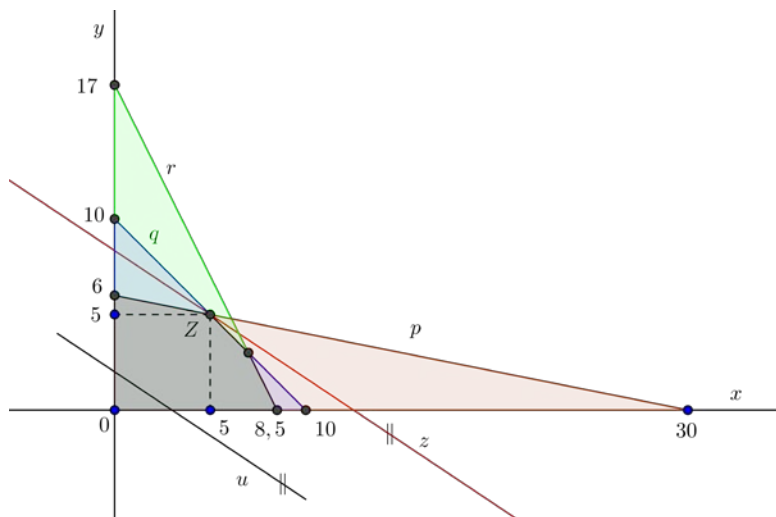


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

následující obrázek (zde $x \in R_0^+$, $y \in R_0^+$).

Úsečky p, q, r jsou přeponami pravoúhlých trojúhelníků, jejichž průnik (pravoúhlý pětiúhelník) určuje hodnoty $[x; y]$, které vyhovují všem podmínkám.

Funkce $z = 30x + 45y$ vyjadřuje výši zisku (účelová funkce). Všechny účelové funkce můžeme znázornit v soustavě souřadnic rovnoběžnými přímkami - pokud by byl zisk např. 90 Kč, pak je to přímka u o rovnici $y = -\frac{2}{3}x + 2$, přímka se stejnou směrnici procházející počátkem by znamenala nulový zisk. Maximální zisk tedy bude určovat přímka z , která je od počátku ze všech rovnoběžných přímek vzdálena nejvíce a která obsahuje aspoň jeden bod pětiúhelníka - je to bod $Z[5;5]$.



Doplňkové aktivity

Můžeme měnit podmínky úlohy nebo přidat další zeleninu do bedýnek.

Obrazový materiál

<http://office.microsoft.com/cs-cz/images/results.aspx?qu=farm%C3%A1%C5%99&ex=1#ai:MC900059602>