

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### JAK JE TO S VÝROBNÍMI NÁKLADY? – ŘEŠENÍ

a) Z daných údajů plyne, že musí platit:

$$95 = \frac{5a+b}{5+5} \text{ a zároveň } 56 = \frac{20a+b}{20+5} \text{ (náklady jsou v tisících korun).}$$

Úpravou obou rovnic dostáváme soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

$$950 = 5a + b$$

$$1400 = 20a + b$$

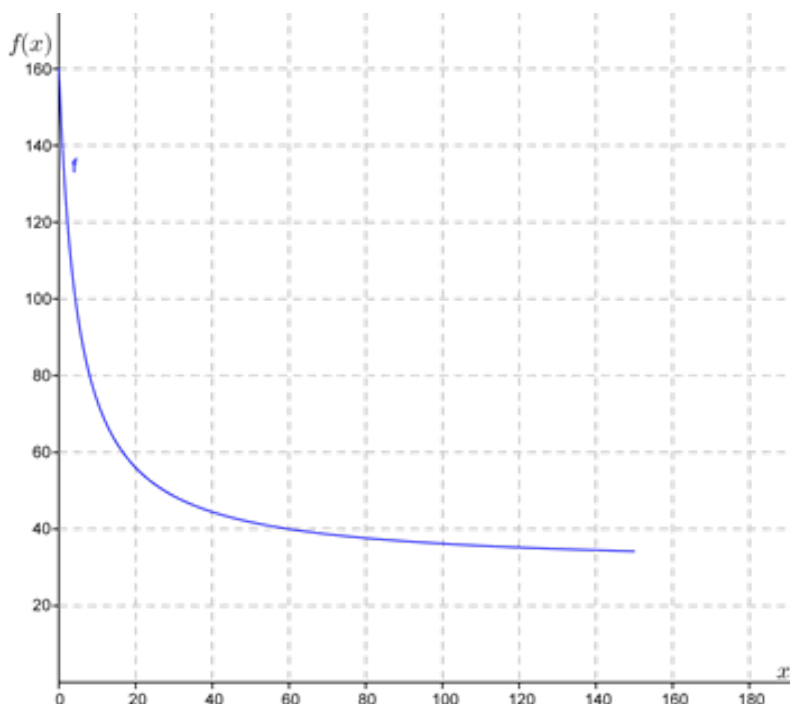
Odečtením obou rovnic  
dostaneme

$$15a = 450 \Rightarrow a = 30 \text{ tedy}$$

$$b = 800.$$

Vztah pro kalkulaci výrobních  
nákladů za daných podmínek  
má tedy tvar

$$f(x) = \frac{30x+800}{x+5}, x \geq 0$$



Z grafu můžeme (mimo jiné) usoudit, že již při zahájení výroby se počítá s náklady ve výši 160 000 Kč ( $f(0) = 160$ ).

b) Pokles výrobních nákladů je vidět na grafu, potvrzuje ho funkční předpis, ale můžeme ho

také dokázat pomocí derivace funkce  $f(x) = \frac{30x+800}{x+5}, x \geq 0$ .

$$f'(x) = \frac{30 \cdot (x+5) - (30x+800)}{(x+5)^2} = \frac{-650}{(x+5)^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R}_0^+ \text{ (funkci jsme derivovali jako}$$

podíl). Pokud je první derivace pro všechna  $x$  z daného intervalu číslo záporné, pak je funkce v tomto intervalu klesající – potvrdili jsme to, co ukazuje graf.

c) Odpověď na tuto otázku dá řešení nerovnice

$$\frac{30x+800}{x+5} < 40. \text{ Protože } x \geq 0 \Rightarrow x+5 > 0, \text{ můžeme obě strany nerovnice vynásobit}$$

jmenovatelem. Řešením nerovnice  $30x+800 < 40 \cdot (x+5)$  dostáváme  $x > 60$ .

Od šedesáté výrobní jednotky budou výrobní náklady menší než 40 000 Kč.

Výsledek můžeme interpretovat na grafu.

d) Rozdíl výrobních nákladů po sobě následujících výrobních jednotek vyjadřuje zápis

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$f(x) - f(x+1)$  (víme, že se jedná o funkci klesající, tedy pro  $x < x+1$  bude  $f(x) > f(x+1)$ ) a má platit:

$$f(x) - f(x+1) < 10, \text{ tedy } \frac{30x+800}{x+5} - \frac{30(x+1)+800}{x+1+5} < 10. \text{ Po úpravách dostaneme}$$

kvadratickou nerovnici ve tvaru  $x^2 + 11x - 620 > 0$ , tedy  $(x+31) \cdot (x-20) > 0$ , vzhledem k podmínce  $x \geq 0$  je řešením této nerovnice interval  $(20; \infty)$ .

Tedy již od dvacáté výrobní jednotky bude rozdíl nákladů mezi po sobě následujícími výrobními jednotkami menší než 10 000 Kč.