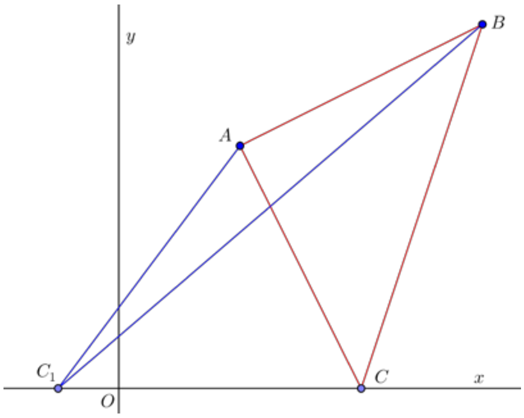
evropský sociální fond v ČR · EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KAM S TŘETÍM BODEM? - ŘEŠENÍ

Znázorníme si situaci v soustavě souřadnic v rovině. S měnící se polohou bodu C se bude měnit i obsah trojúhelníka – v případě, že bod C bude ležet na přímce AB, trojúhelník nevznikne.



Jestliže bod C leží na ose x, pak $C\left[x_C;0\right]$. Zavedeme vektory $B-A=\vec{u}=(4;2)$ a $C-A=\vec{v}=(x_C-2;-4)$. Obsah trojúhelníka můžeme určit pomocí vztahu $S=\dfrac{|\vec{u}\times\vec{v}|}{2}$, budeme-li uvažovat vektory $\vec{u}=(4;2;0)$, $\vec{v}=(x_C-2;-4;0)$. V našem případě je $\vec{u}\times\vec{v}=(0;0;-12-2x_C)$,

$|\vec{u}\times\vec{v}|=\sqrt{0+0+(-12-2x_C)^2}=\sqrt{(12+2x_C)^2}=|12+2x_C|$.

Nemá-li obsah být větší než $10\ j^2$, pak musí platit:

$S\le 10 \Leftrightarrow \dfrac{|\vec{u}\times\vec{v}|}{2}\le 10 \Leftrightarrow |\vec{u}\times\vec{v}|\le 20$, tedy

$|12+2x_C|\le 20 \Leftrightarrow |6+x_C|\le 10$.

Pomocí geometrické interpretace absolutní hodnoty rozdílu dostáváme

$|6+x_C|\le 10 \Leftrightarrow |x_C-(-6)|\le 10 \Leftrightarrow x_C\in\langle -16;4\rangle$.

Z tohoto intervalu musíme vyjmout bod, ve kterém přímka AB protíná osu x - buď určíme rovnici přímky AB a určíme na ní bod, pro který $y=0$, nebo využijeme toho, že mají-li tři body ležet v jedné přímce, pak vektory jimi určené musí být lineárně závislé nebo vyjdeme z toho, že v takovém případě by bylo $S=0$, tedy také $|\vec{u}\times\vec{v}|=|12+2x_C|=0$. Ve všech případech dostaneme hodnotu $x_C=-6$.

Aby obsah trojúhelníka nebyl větší než $10\ j^2$, musí pro první souřadnici bodu C platit:

$x_C\in\langle -16;-6)\cup(-6;4\rangle$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.