KAM SMĚŘUJE 2

Popis aktivity

Práce se směrnicí tečny ke grafu funkce, využití její grafické interpretace. Popis některých vlastností funkce v souvislosti se směrnicí tečny.

Předpokládané znalosti

Směrnice přímky, tečna grafu funkce, monotonie

Potřebné pomůcky

Rýsovací potřeby

Zadání

Funkce může být zadána předpisem, grafem, výčtem prvků, množinou bodů grafu apod.

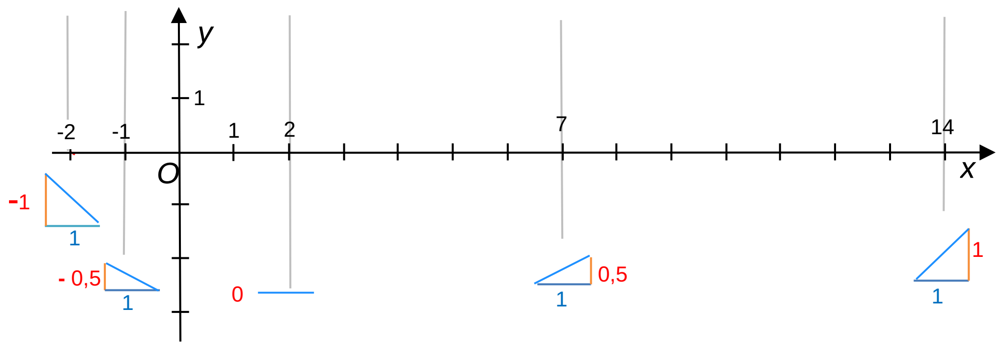
Pokuste se zakreslit graf konvexní funkce, jejíž graf prochází bodem $P[7;0]$, jsou-li známy směrnice několika tečen ke grafu funkce, a u každé z těchto tečen je uvedena první souřadnice bodu dotyku tečny s grafem funkce:

Směrnice tečny ke grafu funkce s bodem dotyku $T[x;y]$	Souřadnice x
-1	-2
$-1{,}5$	-1
0	2
$0{,}5$	7
1	14

Možný postup řešení, metodické poznámky

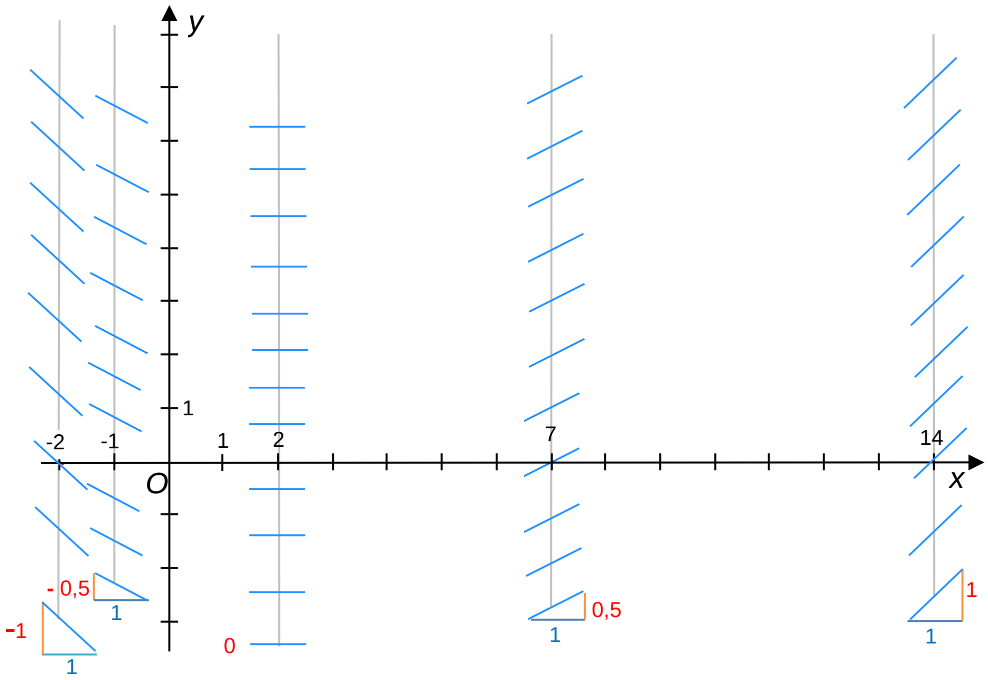
Grafická interpretace směrnice přímky (tečny, funkce v daném bodě):

Posuneme-li se z libovolného bodu přímky o jednotku doprava, pak se musíme posunout o směrnici k ve směru souřadnicové osy y, abychom se dostali zpět na přímku.

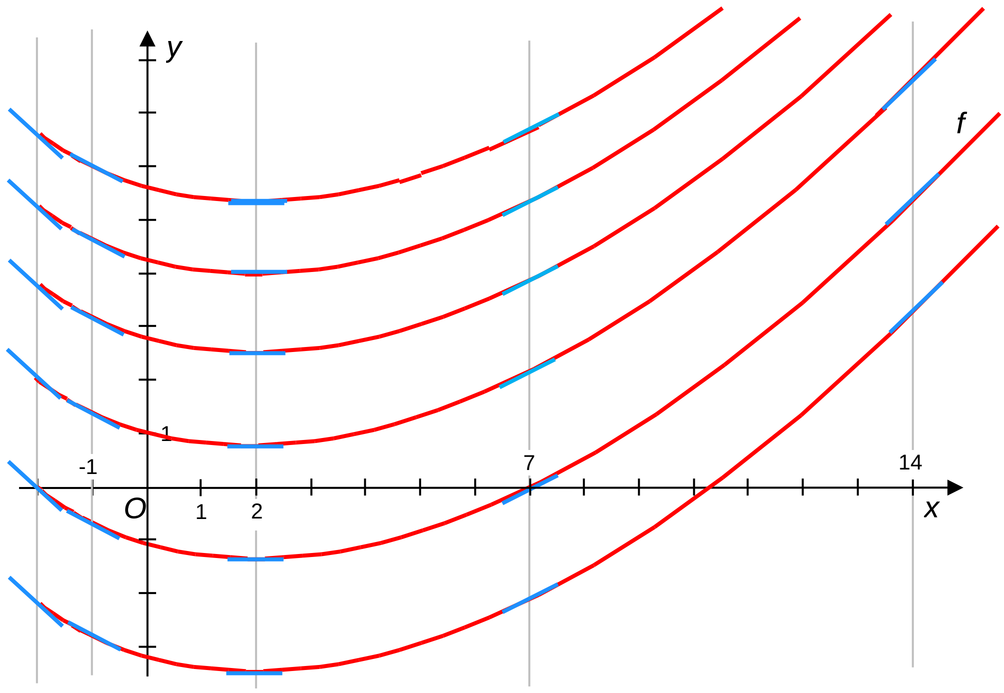


Naznačíme pomocí směrnice sklon tečny (funkce) v několika bodech.

Protože neznáme y-ové souřadnice bodů dotyku, zakresleme nad sebou vždy několik tečen se stejnou směrnicí. Postačí krátký úsek tečny.



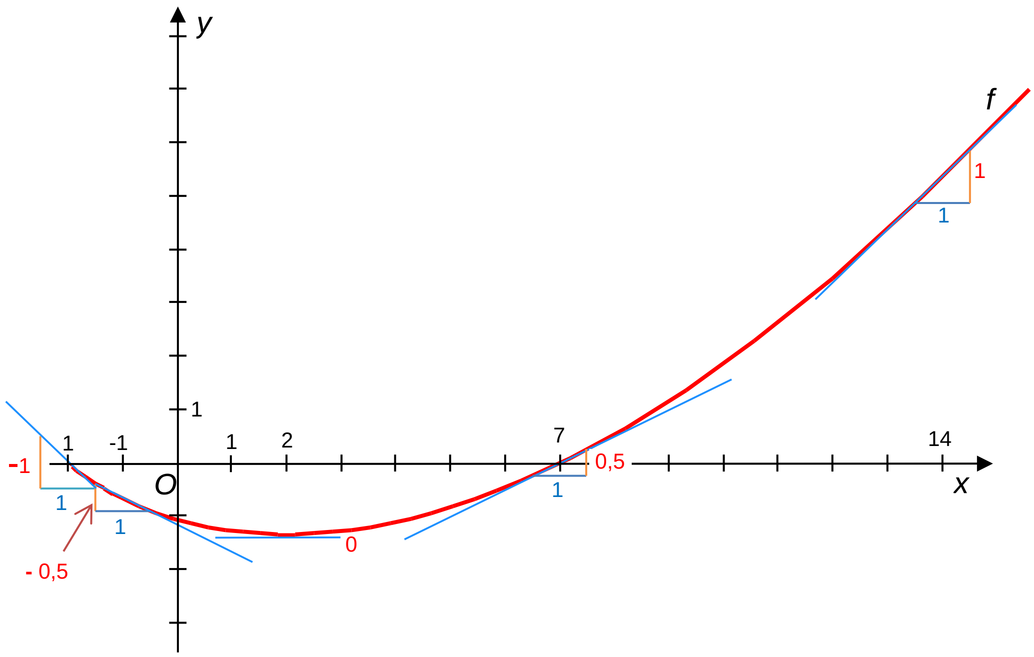
Krátké úseky tečen naznačují směr grafu funkce. Je vidět, že je možné načrtnout grafy hned několika funkcí, které danými úseky procházejí.



Nyní vybereme graf, který prochází bodem $P[7; 0]$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doplňkové aktivity

Zapište souřadnice bodů dvou zakreslených grafů. Jak se liší hodnoty funkcí? Své tvrzení zdůvodněte.

Řešení.

Grafy jednotlivých funkcí lze se posouvají ve směru osy y.

Zdůvodnění:

Pro libovolnou souřadnici x_0 označme rozdíl hodnot dvou různých funkcí např. d:

$f_1(x_0) - f_2(x_0) = d$

Obě funkce mají v každém bodě stejnou směrnici, proto musí být další průběh obou funkcí stejný. Jestliže se tedy první funkce změní v bodě x o Δy, druhá funkce se změní úplně stejně. Tedy platí:

$f_1(x) = f_1(x_0) + \Delta y$ a podobně $f_2(x) = f_2(x_0) + \Delta y$.

Rozdíl funkčních hodnot obou funkcí v bodě x:

$f_1(x) - f_2(x) = f_1(x_0) + \Delta y - (f_2(x_0) + \Delta y) = f_1(x_0) - f_2(x_0) = d$

Rozdíl funkčních hodnot obou funkcí je v bodě x stejný jako v bodě x_0 .

Obrazový materiál	Dílo autora