evropský sociální fond v ČR · EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KORNOUTY 3

Popis aktivity

Výpočet objemu dvou odlišných mnohostěnů, výpočet výšky mnohostěnů.

Předpokládané znalosti

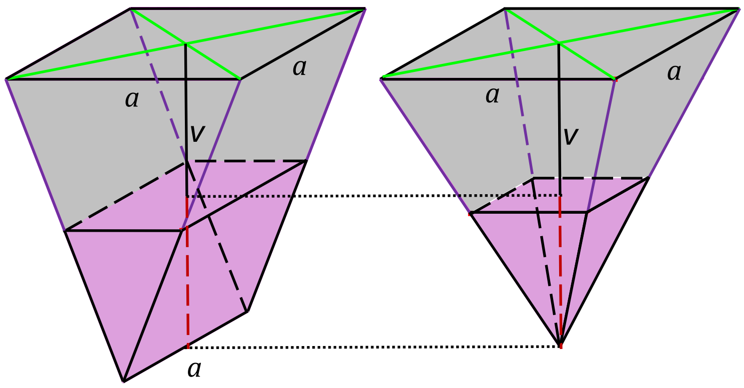
Objem kvádru a jehlanu, úprava výrazů s mocninami a odmocninami, procenta

Potřebné pomůcky

Psací potřeby.

Zadání

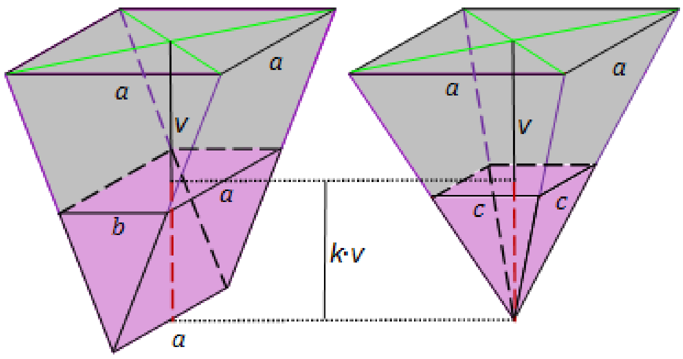
Dva kornouty mají odlišný tvar, ale stejnou výšku v a stejně velký čtvercový otvor s hranou a. Hladina tekutiny dosahuje v obou kornoutech do stejné výšky.



1. Vypočtěte, kolik procent objemu každého z kornoutů vyplní tekutina, jejíž hladina dosáhne do poloviny výšky kornoutu.
2. Vypočtěte, kolik procent objemu každého z kornoutů vyplní tekutina, jejíž hladina je v p % výšky kornoutu.
3 Do jaké výšky druhého kornoutu musí sahat hladina tekutiny, má-li mít tekutina stejný objem jako tekutina ve druhém kornoutu, jejíž hladina dosahuje do poloviny výšky, resp. do p % výšky?

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. V prvním kornoutu počítáme objem trojbokého hranolu. Podstavu (část přední stěny kornoutu) tvoří trojúhelník se základnou $b = \frac{a}{2}$ a výškou podstavy $\frac{v}{2}$, výška hranolu je a. Tedy tekutiny je $V_1 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{v}{2} \cdot a = \frac{a^2 v}{8}$



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Tekutina ve druhém kornoutu vyplňuje část jehlanu se čtvercovou podstavou s hranou $c = \frac{a}{2}$ a výškou $\frac{v}{2}$.
Objem tekutiny je:
$V_2 = \frac{1}{3} \cdot c^2 \cdot \frac{v}{2} = \frac{1}{24} a^3$

2. Hladina prvního kornoutu dosahuje do p % výšky, kde $p \in \langle 0\ \%;\ 100\ \% \rangle$.
   Zaveďme veličinu $k = p\ \%$, tedy $k \in \langle 0; 1 \rangle$.
   $V_1(k) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot kv \cdot a = \frac{k^2 a^2 v}{2}$
   $V_2(k) = \frac{1}{3} \cdot c^2 \cdot kv = \frac{k^3 \cdot a^2 v}{3}$

3. Jestliže tekutina v prvním kornoutu vystoupí do výšky $k_1 v$ a v obou kornoutech má být stejné množství tekutiny, pak musí platit:
   $\frac{{k_1}^2 a^2 v}{2} = \frac{k^3 \cdot a^2 v}{3}$, tedy $\frac{{k_1}^2}{2} = \frac{k^3}{3}$ neboli $k_1 = \sqrt{\frac{2k^3}{3}}$

Doplňkové aktivity

1. V jaké výšce bude hladina tekutiny v prvním kornoutu, přelije-li se do něj veškerá kapalina z druhého po okraj naplněného kornoutu?

Řešení:

$k = 1$, tedy $k_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \doteq 0{,}816$

Hladina kapaliny bude dosahovat do 81,6 % výšky prvního kornoutu.

Obrazový materiál	Dílo autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.