

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TO NEDÁM

Popis aktivity

Úpravy lomených výrazů, určení definičního oboru, sestavení grafu lineární lomené funkce.

Předpokládané znalosti

Rozklad dvočlenu v součin, úpravy výrazů, definiční obor, graf funkce

Zadání

Jsou dány funkce:

$$a) f : y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1} \cdot \left(\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} \right)$$

$$b) g : y = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

Určete definiční obor daných funkcí, rozhodněte, o jaké funkce se jedná a načrtněte jejich grafy.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Na první pohled nepoznáme, o jaké funkce jde. Abychom mohli načrtnout graf takové funkce, musíme v obou případech lomené výrazy, kterými jsou funkční předpisy dány, upravit.

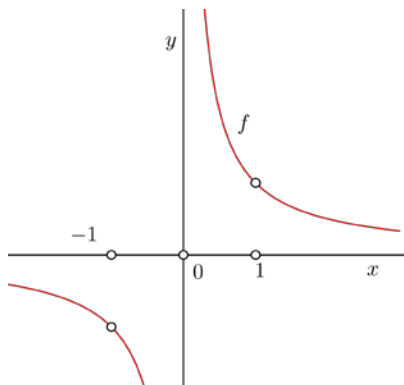
a) Výraz $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1} \cdot \left(\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} \right)$ není definován pro $x = 0, x = -1, x = 1$. Pro všechny ostatní

hodnoty reálných čísel můžeme psát:

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1} \cdot \left(\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} \right) = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1 + x}{x(x-1)} = \frac{1}{x}$$

Dostáváme tak lineární lomenou funkci $f : y = \frac{1}{x}$ (nepřímou úměrnost), kde

$D(f) = \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$. Nyní už bez problémů načrtneme graf funkce f .



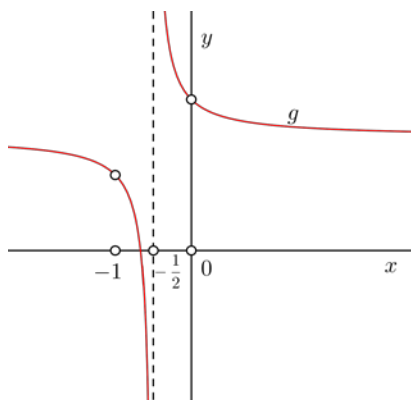
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) Výraz $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ jistě není definován pro $x=0$, případně další nepřípustné hodnoty

dostaneme úpravou výrazu.

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = 1 + \frac{x+1}{2x+1} = \frac{3x+2}{2x+1}.$$

Dostali jsme opět lineární lomenou funkci $g: y = \frac{3x+2}{2x+1}$, do jejíhož definičního oboru nepatří kromě hodnoty $x=0$ ještě hodnoty $x=-1$ a $x=-\frac{1}{2}$ a můžeme načrtnout její graf.



Doplňkové aktivity

Pokud bychom zadali např. funkci $h: y = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ (změnili jsme jedno znaménko + na -), pak

dostaneme po úpravě lineární funkci $h: y = x + 2$, kde $D(h) = \mathbb{R} - \{-1; 0\}$. Grafem této funkce bude pak přímka bez dvou vnitřních bodů.

Obrazový materiál

Dílo autora