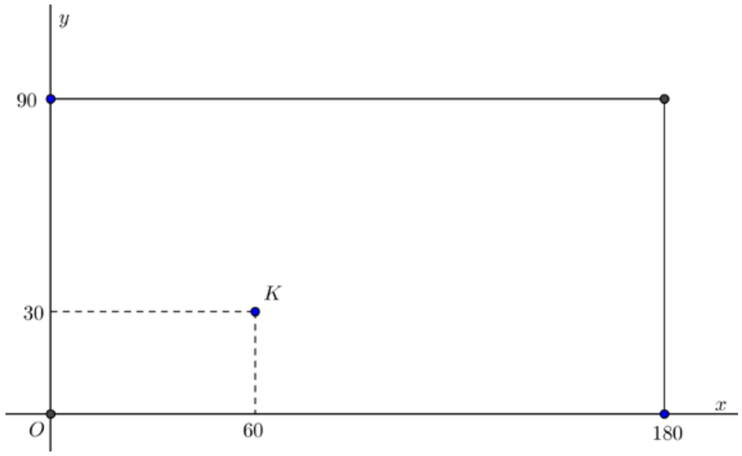
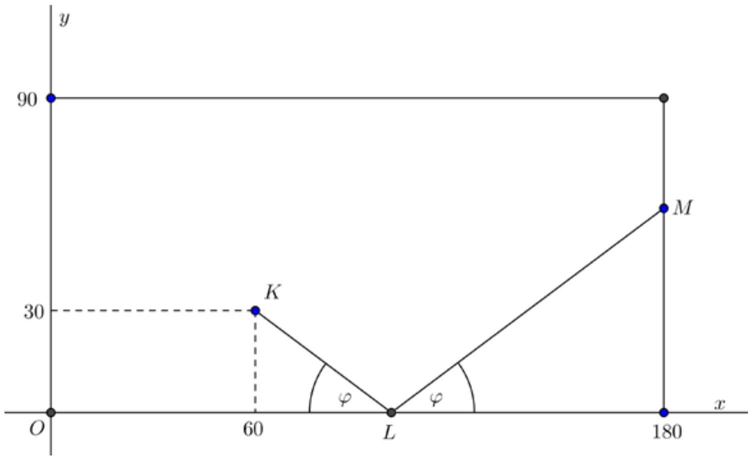
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAHRAJME SI KULEČNÍK - ŘEŠENÍ

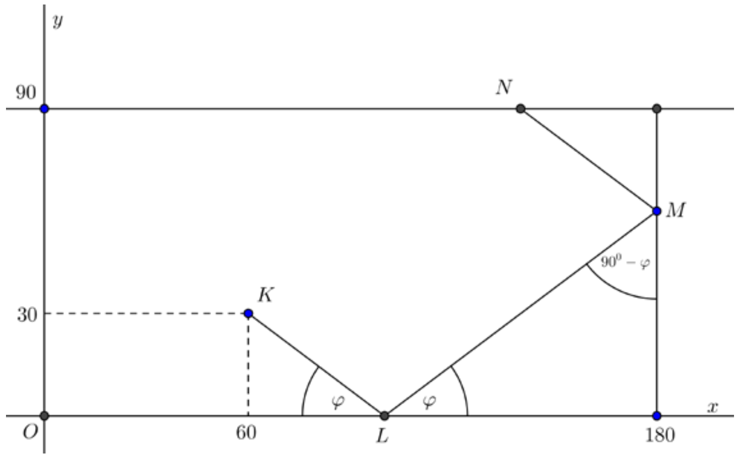
Hrací plochu stolu znázorníme v soustavě souřadnic podle obrázku a úlohu budeme řešit s konkrétními hodnotami pro počáteční polohu koule K .



Po prvním „šťouchu“ od mantinelu dostaneme tuto situaci (úhel odrazu je roven úhlu dopadu):



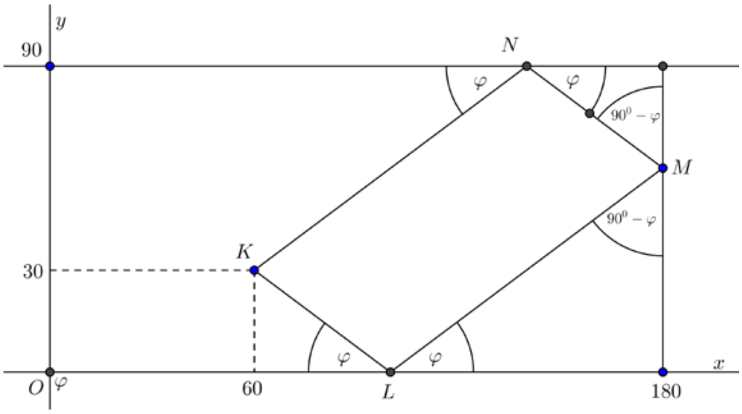
Jestliže jsme úhel prvního odrazu označili φ, pak ve vzniklém pravoúhlém trojúhelníku s přeponou LM má zbývající ostrý úhel velikost $90^0 - \varphi$. Dalšímu kroku odpovídá následující obrázek:



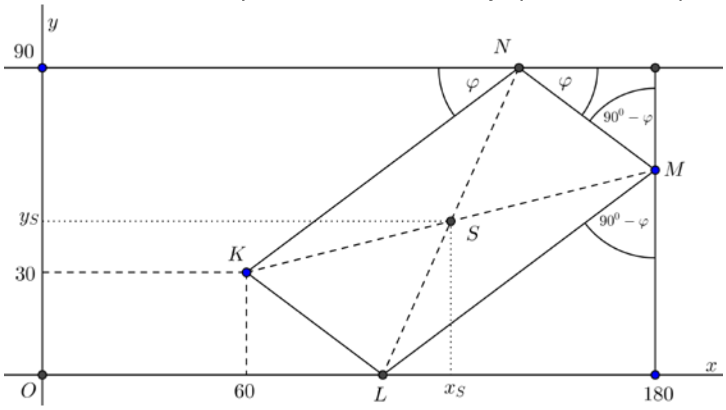
Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

V pravoúhlém trojúhelníku s přeponou MN má úhel při vrcholu M velikost $90^0-\varphi$, úhel při vrcholu N má tedy velikost φ. Jestliže se po posledním „šťouchu" koule dostane opět do bodu K, musí být spojnice NK rovnoběžná s úsečkou LM. Čtyřúhelník $KLMN$ musí být tedy rovnoběžník.



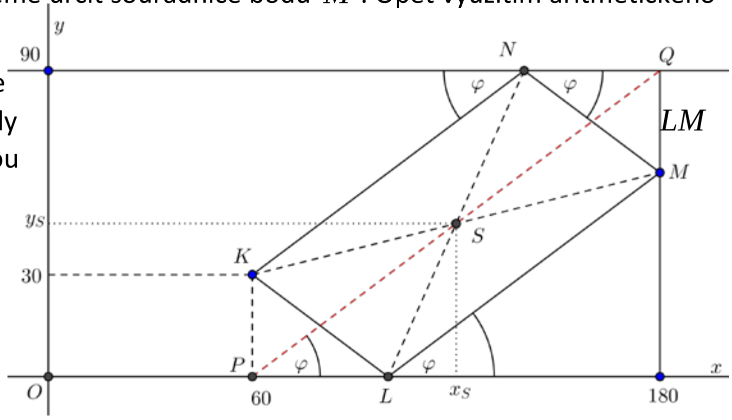
Rovnoběžník je útvar středově souměrný, střed souměrnosti je průsečík úhlopříček.



Protože střed úsečky KM je středem úsečky LN a souřadnice středu úsečky jsou aritmetickým průměrem souřadnic krajních bodů, je $S[120;45]$.

Známe-li souřadnice bodů K a S, můžeme určit souřadnice bodu M. Opět využitím aritmetického průměru získáváme $M[180;60]$.

Z vlastností středové souměrnosti dále vyplývá, že přímky, které procházejí body a KN musí být rovnoběžné s přímkou PQ.



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Směrnice těchto přímek $k = tg\varphi = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$. Pro bod $N\left[x_N;90\right]$, který leží na přímce dané bodem $K\left[60;30\right]$ a směrnicí tedy musí platit: $y - y_N = k \cdot \left(x - x_N\right)$, po dosazení $30 - 90 = \frac{3}{4} \cdot \left(60 - x_N\right)$, tedy $x_N = 140$.

K určení souřadnic bodu $L\left[x_L;0\right]$ můžeme využít toho, že vektory $M - L$ a $N - K$ jsou stejné, tedy $180 - x_L = 140 - 60 \Rightarrow x_L = 100$.

Souřadnice bodů L, M, N tedy jsou: $L\left[100;0\right]$, $M\left[180;60\right]$, $N\left[140;90\right]$.

Protože jsme ukázali, že čtyřúhelník $KLMN$ je rovnoběžník, můžeme nyní pomocí vektorů zkontrolovat, že dvojice protějších stran jsou rovnoběžné a mají stejnou velikost.

Tak např. $K - L = \left(-40;30\right) \Rightarrow \left|K - L\right| = \sqrt{\left(-40\right)^2 + \left(30\right)^2} = 50$

$$N - M = \left(-40;30\right) \Rightarrow \left|N - M\right| = \sqrt{\left(-40\right)^2 + \left(30\right)^2} = 50$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.