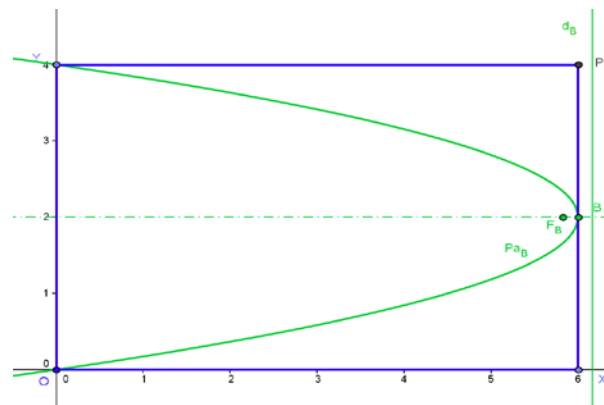


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

BOD A PARABOLA 3

Popis aktivity
Určení rovnice přímky v rovině, rovnice paraboly, její tečny a popisných charakteristik paraboly.
Předpokládané znalosti
Směrový a normálový vektor, soustava lineární a kvadratické rovnice, charakteristiky paraboly.
Potřebné pomůcky
Tabulky, kalkulačka, pracovní list pro žáka
Zadání
V rovině soustavy souřadnic je dán bod $P [6; 4]$, který je vrcholem obdélníku $OXPY$, jehož strany leží na osách soustavy souřadnic a bod X leží na ose o_x . Úkoly
<ol style="list-style-type: none"> Napište vrcholovou a obecnou rovnici paraboly, která má vrchol ve středu strany XP obdélníku $OXPY$ (označte $B = \frac{XP}{2}$) a prochází vrcholy protější strany tohoto obdélníku. Určete souřadnice ohniska této paraboly Pa_B. Napište rovnici řídicí přímky dané paraboly Pa_B. Napište obecné, směrnicové a parametrické tvary rovnic tečen paraboly Pa_B, které procházejí průsečíky této paraboly s osami soustavy souřadnic. Určete souřadnice průsečíku těchto dvou tečen.
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>1. a) Vrcholové rovnice parabol:</p> $V_{Pa_B} [6; 2] \Rightarrow Pa_B : (y - 2)^2 = -2p(x - 6)$ $Y[0; 4] \in Pa_B \Rightarrow (y_Y - 2)^2 = -2p(x_Y - 6)$ $p = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow Pa_B : (y - 2)^2 = -\frac{2}{3}(x - 6) \quad ; \quad Pa_B : 3y^2 - 12y + 2x = 0$
<p>2. Souřadnice ohniska paraboly Pa_B:</p> $F_B \left[x_{V_B} - \frac{p}{2}; y_{V_B} \right] = \left[\frac{35}{6}; 2 \right]$
<p>3. Rovnice řídicí přímky paraboly Pa_B:</p> $d_B : x = x_{V_B} + \frac{p}{2} = 6 + \frac{1}{6}$ $6x - 37 = 0$


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Parabola Pa_B protíná osy soustavy souřadnic v bodech O a Y :

Tečna paraboly Pa_B v bodě $O[0;0]$:

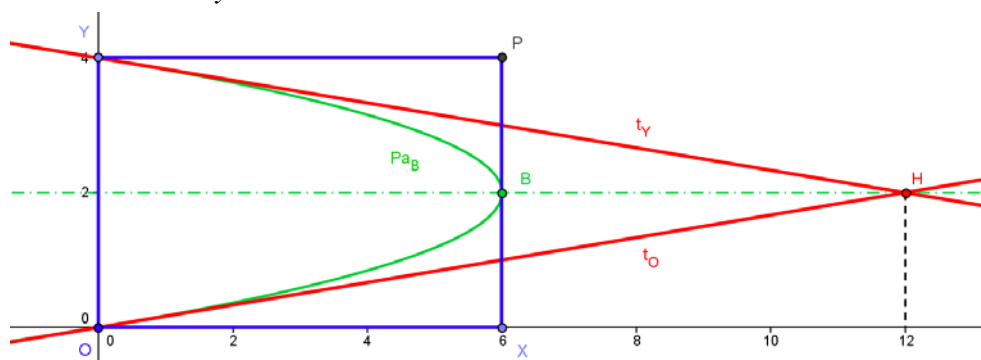
$$t_o: (y-2)(y_o-2) = -\frac{[(x-6)+(x_o-6)]}{3} \quad ; \quad t_o: y = \frac{1}{6}x \quad ; \quad t_o: \begin{cases} x = 6v \\ y = v \end{cases}$$

$$x - 6y = 0$$

Tečna paraboly Pa_B v bodě $Y[0;4]$:

$$t_y: (y-2)(y_y-2) = -\frac{[(x-6)+(x_y-6)]}{3} \quad ; \quad t_y: y = -\frac{1}{6}x + 4 \quad ; \quad t_y: \begin{cases} x = 6m \\ y = 4 - m \end{cases}$$

$$x + 6y - 24 = 0$$



5. Průsečík tečen řešte např. pomocí soustavy rovnic:

$$t_o \cap t_y = \{H\} \quad ; \quad x - 6y = 0 \quad \wedge \quad x + 6y - 24 = 0$$

$$\Rightarrow H[12;2]$$

Doplňkové aktivity

1. Vypočítejte obvody a obsahy trojúhelníků, jejichž jedním vrcholem je ohnisko paraboly Pa_B a druhé dva jsou libovolné dva vrcholy čtyřúhelníku $OXPY$.

Pro tento typ úlohy lze kombinovat další body (např. i průsečík tečen) jakožto vrcholy různých, navíc často souměrných plošných útvarů.

2. Napište parametrické, obecné a směrnicové tvary rovnic přímk, které procházejí ohniskem dané paraboly (popř. průsečíkem tečen) a některým vrcholem čtyřúhelníku $OXPY$.

I v tomto typu úlohy o přímkách lze najít mnoho variant – použít dva body, daný směr apod.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	dílo autora