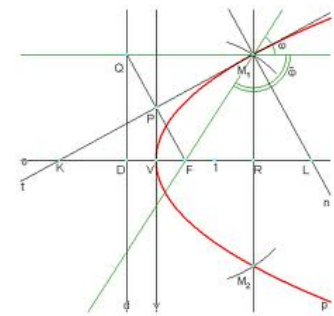
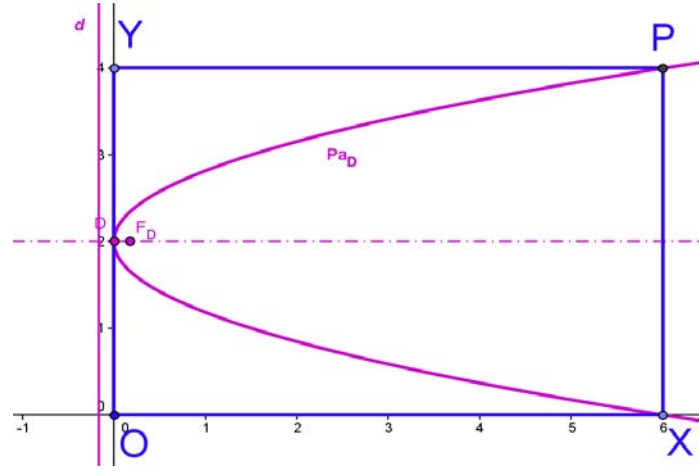


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## BOD A PARABOLA 4

<b>Popis aktivity</b>	
Určení rovnice přímk a výpočet jejich úhlu v rovině, určení rovnice paraboly, její tečny a popisných charakteristik paraboly.	
<b>Předpokládané znalosti</b>	
Směrový a normálový vektor, směrnice přímky, charakteristiky paraboly.	
<b>Potřebné pomůcky</b>	
Tabulky, kalkulačtor, pracovní list pro žáka	
<b>Zadání</b>	
V rovině soustavy souřadnic je dán bod $P [6; 4]$ , který je vrcholem obdélníku $OXPY$ , jehož strany leží na osách soustavy souřadnic a bod $X$ leží na ose $o_x$ .	
Úkoly	
1. Napište vrcholovou a obecnou rovnici paraboly, která má vrchol ve středu strany $ OY $ obdélníku $OXPY$ (označte $D = \frac{OY}{2}$ ) a prochází vrcholy protější strany tohoto obdélníku.	
2. Určete souřadnice ohniska této paraboly $Pa_D$ .	
3. Napište rovnici řídicí přímky dané paraboly $Pa_D$ .	
4. Napište obecné, směrnice a parametrické tvary rovnic tečen paraboly $Pa_D$ , které procházejí body $P$ a $X$ obdélníku $OXPY$ .	
5. Určete velikost úhlu těchto dvou tečen.	
<b>Možný postup řešení, metodické poznámky</b>	
1. a) Vrcholové rovnice parabol:	
$V_{Pa_D} [0;2] \Rightarrow Pa_D : (y-2)^2 = 2p(x-0)$	
$P[6;4] \in Pa_D \Rightarrow (y_p - 2)^2 = 2p(x_p - 0)$	
$p = \frac{1}{3}$	
$\Rightarrow Pa_D : (y-2)^2 = \frac{2}{3}x$ ;	
$Pa_D : 3y^2 - 12y - 2x + 12 = 0$	
2. Souřadnice ohniska paraboly $Pa_D$ :	
$F_D \left[ x_{V_D} + \frac{p}{2}; y_{V_D} \right] = \left[ \frac{1}{6}; 2 \right]$	
3. Rovnice řídicí přímky paraboly $Pa_D$ :	

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$d_D: x = x_{v_D} - \frac{p}{2} = 0 - \frac{1}{6}$$

$$6x + 1 = 0$$

4. Parabola  $Pa_D$  protíná obdélník  $OXPY$  v bodech  $P$  a  $X$  :

Tečna paraboly  $Pa_D$  v bodě  $P[6;4]$  :

$$t_P: (y-2)(y_P-2) = \frac{x+x_P}{3} \quad ; \quad t_P: y = \frac{1}{6}x + 3 \quad ; \quad t_P: x = 6 + 6n$$

$$x - 6y + 18 = 0 \quad \quad \quad y = 4 + n$$

Tečna paraboly  $Pa_D$  v bodě  $X[6;0]$  :

$$t_X: (y-2)(y_X-2) = \frac{x+x_X}{3} \quad t_X: y = -\frac{1}{6}x + 1 \quad ; \quad t_X: x = 6 + 6s$$

$$x + 6y - 6 = 0 \quad \quad \quad y = -s$$

5. Velikost úhlu tečen určete např. ze směrnice tečny; nejhodněji tečny  $t_P$  :

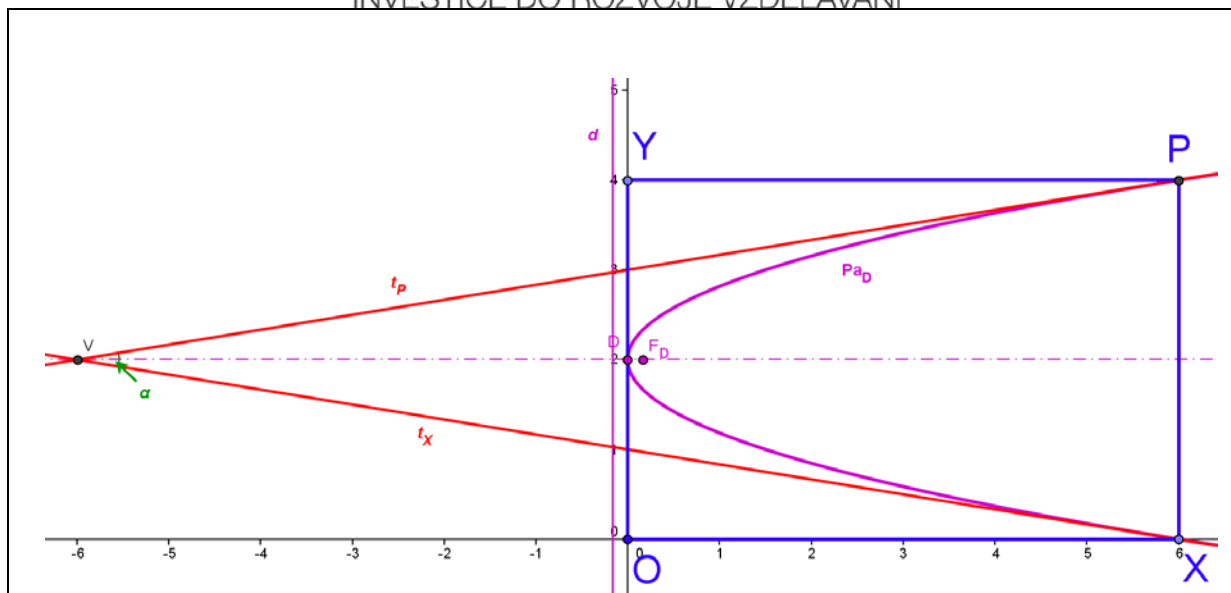
$$k_{t_P} = \frac{1}{6} \Rightarrow \arctg \frac{1}{6} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha \doteq 18^\circ 55' 29''$$

Jiný způsob: Velikost úhlu tečen lze vypočítat přímo jako úhel přímk (tj. úhel jejich normálových popř. směrových vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{|(1; -6) \cdot (1; 6)|}{|(1; -6)| \cdot |(1; 6)|} \doteq 0,9459 \Rightarrow \alpha \doteq 18^\circ 55' 29''$$

Tečny dané paraboly  $Pa_D$  spolu svírají úhel velikosti asi  $18^\circ 55' 29''$ .

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



**Doplňkové aktivity**

V jednoduše zadané úloze lze jednotlivcům (dle jejich schopností a vědomostí) i skupinám zadávat jednotlivé části některých úloh (více typů rovnic přímek, parabol, tečen a normál, jejich počet atd.). Je vhodné využít obrázku popř. matematického grafického software – Cabri, Geonext, GeoGebra aj. Pro výpočty využij program Mathematica, XMaxima, Matlab, Maple, Derive aj.

1. Vypočtete obvody a obsahy trojúhelníků, jejichž jedním vrcholem je ohnisko paraboly  $Pa_D$  a druhé dva jsou libovolné dva vrcholy čtyřúhelníku  $OXPY$ .

Pro tento typ úlohy lze kombinovat další body (např. i průsečík tečen) jakožto vrcholy různých, navíc často souměrných plošných útvarů.

2. Napište parametrické, obecné a směrnicové tvary rovnic přímek, které procházejí ohniskem dané paraboly (popř. průsečíkem tečen) a některým vrcholem čtyřúhelníku  $OXPY$ .

I v tomto typu úlohy o přímkách lze najít mnoho variant – použít dva body, daný směr apod.

**Součásti popisu aktivity:**

<b>Přesahy a vazby</b>	
<b>Poznámky</b>	
<b>Literatura</b>	Archiv autora
<b>Obrazový materiál</b>	images.google.com, dílo autora