

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

BOD A PARABOLA 2

Popis aktivity

Určení rovnice přímky v rovině, rovnice paraboly, její tečny a popisných charakteristik paraboly.

Předpokládané znalosti

Směrový a normálový vektor, soustava lineární a kvadratické rovnice, charakteristiky paraboly.

Potřebné pomůcky

Tabulky, kalkulačtor, pracovní list pro žáka

Zadání

V rovině soustavy souřadnic je dán bod $P[6; 4]$, který je vrcholem obdélníku $OXPY$, jehož strany leží na osách soustavy souřadnic a bod X leží na ose o_x .

Úkoly

- Napište rovnici paraboly, která má vrchol V ve středu strany $|OX|$ a prochází vrcholy protější strany tohoto obdélníku $OXPY$.
- Určete souřadnice průsečíků paraboly s úhlopříčkami obdélníku.
- Napište rovnici tečny paraboly v jejím průsečíku s úhlopříčkou $|OP|$.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Vrcholová rovnice paraboly:

$$V[3;0] \Rightarrow Pa: (x-3)^2 = 2p(y-0)$$

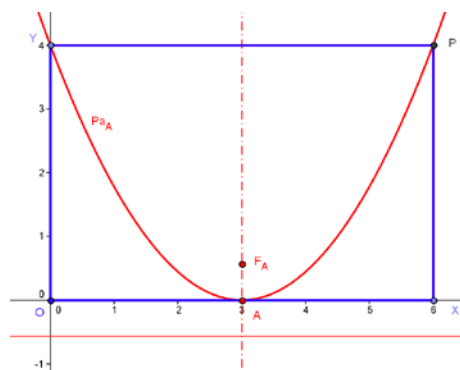
$$P[6;4] \in Pa \Rightarrow (x_p - 3)^2 = 2p(y_p - 0)$$

$$2p = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow Pa: (x-3)^2 = \frac{9}{4}y$$

Obecná rovnice paraboly:

$$Pa: 4x^2 - 24x - 9y + 36 = 0$$



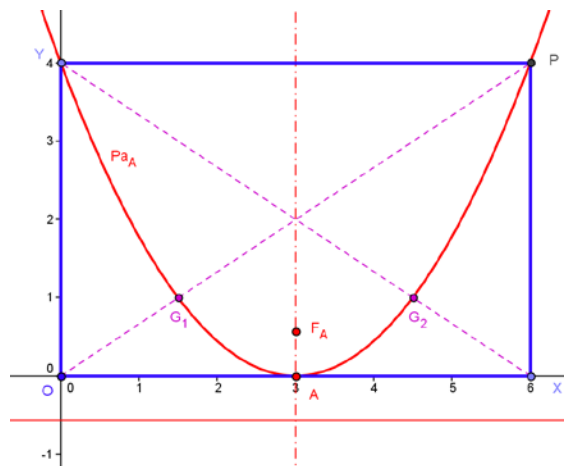
2. Existují čtyři průsečíky. Vzhledem k zadání jsou to dva vrcholy obdélníku $Y[0;4]$ a $P[6;4]$, druhé dva získáme např. řešením soustavy kvadratické (parabola) a lineární (úhlopříčka) rovnice.

Úhlopříčka $|OP|$ má směrnici $k_{OP} = \frac{2}{3}$

Rovnice úhlopříčky $|OP|$: $y = \frac{2}{3}x$

$$4x^2 - 24x - 9y + 36 = 0 \quad \wedge \quad y = \frac{2}{3}x$$

$$D = 81 \Rightarrow x_1 = 6 \quad ; \quad x_2 = \frac{3}{2}$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Průsečík paraboly Pa a úhlopříčky $|OP|$:

$$Pa \cap |OP| = \{G_1; P\} \quad ; \quad G_1 \left[\frac{3}{2}; 1 \right], P[6; 4].$$

Úhlopříčka $|XY|$ má směrnici $k_{XY} = -\frac{2}{3}$. Rovnice úhlopříčky $|XY|$: $y = -\frac{2}{3}x + 4$

$$4x^2 - 24x - 9y + 36 = 0 \quad \wedge \quad y = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$D = 81 \Rightarrow x_1 = 0 \quad ; \quad x_2 = \frac{9}{2}$$

Průsečík paraboly Pa a úhlopříčky $|XY|$: $Pa \cap |XY| = \{G_2; Y\} \quad ; \quad G_2 \left[\frac{9}{2}; 1 \right], Y[0; 4]$.

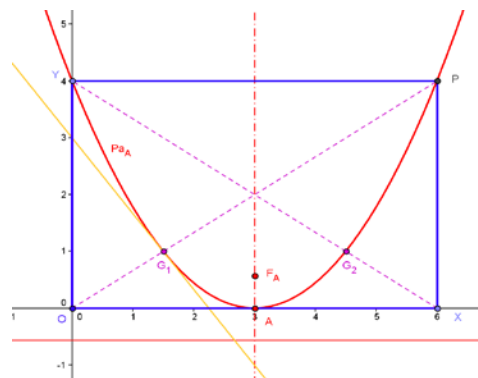
3. Parametrický tvar rovnice tečny paraboly Pa :

$$t_{G_1} : \quad x = \frac{3}{2} + 3t$$

$$y = 1 - 4t$$

Obecný tvar rovnice tečny: $t_{G_1} : 4x + 3y - 9 = 0$

Směrnicový tvar rovnice tečny: $t_{G_1} : y = -\frac{4}{3}x + 3$



Doplňkové aktivity

1. Vypočítejte obvod a obsah čtyřúhelníku PYG_1G_2 .

Pro tento typ úlohy lze kombinovat další body jakožto vrcholy různých, navíc často souměrných plošných útvarů.

2. Napište parametrické, obecné a směrnicové tvary rovnic přímk, které procházejí průsečíkem G_1 a vrcholem P čtyřúhelníku $OXPY$.

I v tomto typu úlohy o přímkách lze najít mnoho variant – použít jiné dva body, jiný směr apod.

Součásti popisu aktivity:

Literatura

Archiv autora

Obrazový materiál

images.google.com, dílo autora