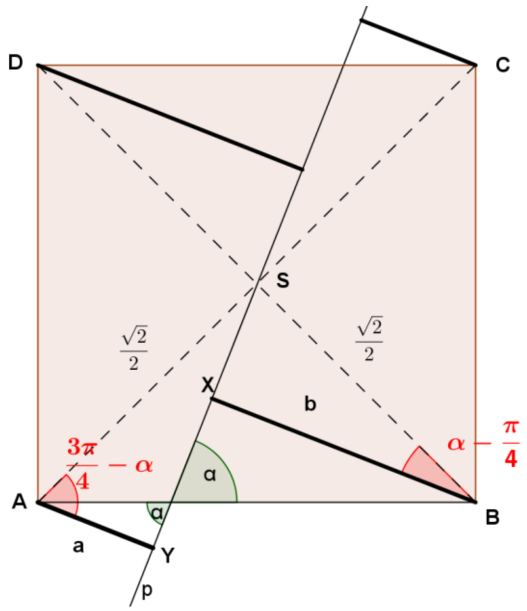
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ČTVEREC A PŘÍMKA- ŘEŠENÍ

1) Znázorníme situaci na obrázku.



2) V pravoúhlém trojúhelníku XBS, kde známe přeponu, vyznačíme vnitřní úhel $\alpha-\frac{\pi}{4}$ a vyjádříme hledanou vzdálenost b pomocí goniometrické funkce:

ΔXBS

$$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$$

Úhlopříčka čtverce $u=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.

3) Upravujeme pomocí goniometrických vzorců:

$$b=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\cos\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\sin\alpha\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\alpha\right)=$$

$$=\underline{\frac{1}{2}\cdot(\cos\alpha+\sin\alpha)}$$

4) Podobně postupujeme i v trojúhelníku AYS, kde též známe přeponu. Vyznačíme-li vnitřní úhel $\frac{3\pi}{4}-\alpha$, vyjádříme hledanou vzdálenost a pomocí goniometrické funkce:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)$$

5) Opět upravujeme pomocí goniometrických vzorců:

ΔAYS

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)$$

$$a=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\cos\alpha\cdot\cos\frac{3\pi}{4}+\sin\alpha\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\alpha\right)=$$

$$=\underline{\frac{1}{2}\cdot(-\cos\alpha+\sin\alpha)}$$

6) Pro součet druhých mocnin vzdáleností přímky p od vrcholů čtverce platí:

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Soreya Zychová
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

$$2\cdot\left(a^2+b^2\right)=2\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot\left(\sin\alpha-\cos\alpha\right)^2+\frac{1}{4}\cdot\left(\sin\alpha+\cos\alpha\right)^2\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\left(\sin^2\alpha-2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\sin^2\alpha+2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\sin^2\alpha-\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\frac{1}{2}\cdot\cos^2\alpha+\frac{1}{2}\cdot\sin^2\alpha+\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\frac{1}{2}\cdot\cos^2\alpha=$$
$$=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\underline{\underline{1}}$$

Součet druhých mocnin vzdáleností přímky p od vrcholů čtverce je roven 1 jednotce.