DVĚ KRABIČKY

Popis aktivity

Hledání extrému funkce.

Předpokládané znalosti

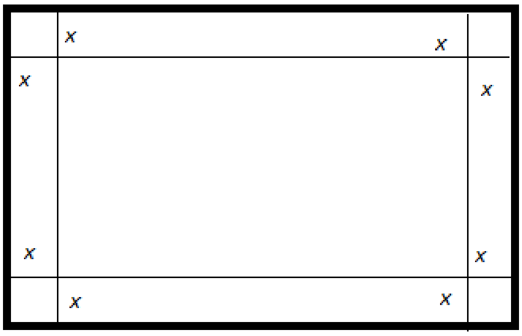
Základní pravidla pro derivování, extrémy funkce, povrch a objem tělesa.

Potřebné pomůcky

Pracovní list, matematické tabulky a vzorce

Zadání

Zámečníkovi zbyly dvě tabulky plechu. Jedna měla rozměry 70 cm x 70 cm a druhá 80 cm x 50 cm. Rozhodl se, že z nich vyrobí dvě krabičky o maximálním objemu, které použije na ukládání drobných pomůcek.
Určete maximální objem obou krabiček a o kolik dm^3 se liší jejich objemy.



Možný postup řešení, metodické poznámky

První plech má rozměry 7 dm x 7 dm. Objem krabičky bude

$V_1 = (7-2x)^2 \cdot x = 49 \cdot x - 28 \cdot x^2 + 4 \cdot x^3.$

$V_1' = 49 - 56 \cdot x + 12 \cdot x^2.$ Funkce může mít extrém v bodě, kde $V_1' = 0.$

$12 \cdot x^2 - 56 \cdot x + 49 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{2}, \quad x_2 = \frac{7}{6}.$ Funkce nabývá maximální hodnoty, je-li $V_1''(x) < 0.$

$V_1'' = 24 \cdot x - 56, \Rightarrow V_1''\left(\frac{7}{2}\right) = 28, \quad V_1''\left(\frac{7}{6}\right) = -28.$ Krabička má maximální objem, je-li $x = \frac{7}{6}.$

$V_1 = \left(7 - 2 \cdot \frac{7}{6}\right)^2 \cdot \frac{7}{6} = 24{,}407.$ Objem první krabičky v dm^3 je 24,407.

Druhý plech má rozměry 8 dm x 5 dm. Objem krabičky bude

$V_2 = (8 - 2 \cdot x) \cdot (5 - 2 \cdot x) \cdot x = 40 \cdot x - 26 \cdot x^2 + 4 \cdot x^3.$

$V_2' = 40 - 52 \cdot x + 12 \cdot x^2.$ Funkce má extrém v bodě, kde $V_2' = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{10}{3}, x_2 = 1.$

$V_2'' = 24 \cdot x - 52, V_2''\left(\frac{10}{3}\right) = 28, V_2''(1) = -28.$ Krabička má maximální objem, je-li $x = 1.$

$V_2 = (8-2) \cdot (5-2) \cdot 1 = 18.$ Objem druhé krabičky v dm^3 je 18.

První krabička má objem o $6{,}41\,\mathrm{dm}^3$ větší.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Doplňkové aktivity	
Žáci mohou podobným způsobem vypočítat, kolik budou potřebovat barvy na natření krabičky. Jaký bude objem krabičky, která bude mít tvar válce.	
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.