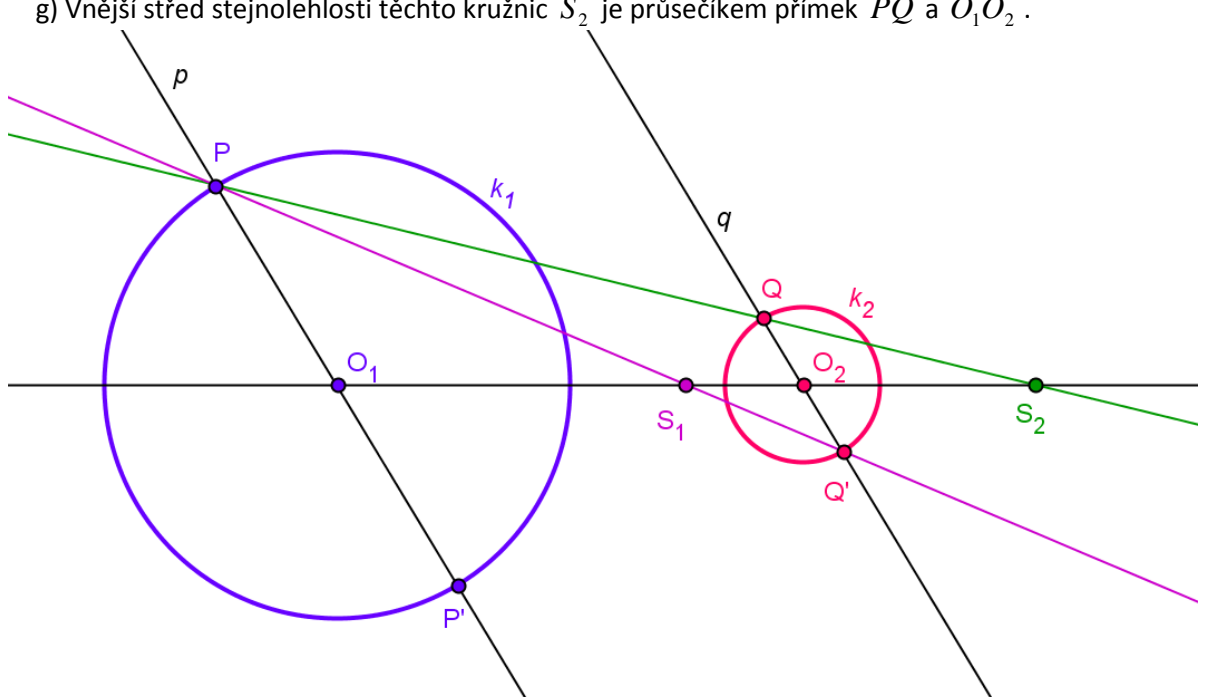


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DVĚ KRUŽNICE 1

Popis aktivity
Sestrojení středů stejnolehlosti dvou kružnic. Výpočet vzdálenosti dvou bodů na základě podobnosti trojúhelníků.
Předpokládané znalosti
Stejnolehlost dvou kružnic. Podobnost trojúhelníků podle věty „uu“.
Potřebné pomůcky
Rýsovací pomůcky, pracovní list pro žáka
Zadání
Jsou dány dvě kružnice $k_1 = (O_1; r_1 = 6 \text{ cm})$, $k_2 = (O_2; r_2 = 2 \text{ cm})$ a vzdálenost jejich středů $ O_1O_2 = 12 \text{ cm}$. Úkoly 1. Narýsujte jejich vnější a vnitřní střed stejnolehlosti. Popište postup konstrukce. 2. Narýsujte jejich společné tečny. Popište postup konstrukce. 3. Vypočítejte vzdálenost středů kružnic od průsečíku jejich vnějších společných tečen.
Možný postup řešení, metodické poznámky
1. a) Narýsujeme zadání úlohy. b) Středem O_1 vedeme různoběžku p se střednou (tj. přímkou $\overleftrightarrow{O_1O_2}$). c) Středem O_2 vedeme rovnoběžku q s přímkou p . d) Průsečíky s kružnicemi označme P, P' a Q, Q' jednotně v téže polorovině k přímkě $\overleftrightarrow{O_1O_2}$. e) Sestrojíme přímky \overleftrightarrow{PQ} a $\overleftrightarrow{P'Q'}$. f) Vnitřní střed stejnolehlosti těchto kružnic S_1 je průsečíkem přímek $\overleftrightarrow{PQ'}$ a $\overleftrightarrow{O_1O_2}$. g) Vnější střed stejnolehlosti těchto kružnic S_2 je průsečíkem přímek \overleftrightarrow{PQ} a $\overleftrightarrow{O_1O_2}$.


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Společné tečny (pokud existují) dvou kružnic procházejí středy stejnolehlosti těchto kružnic. Protože $|O_1O_2| > r_1 + r_2$, existují dvě vnější a dvě vnitřní společné tečny těchto dvou kružnic.

a) Nad průměrem $|O_1S_1|$ sestrojíme Thaletovu kružnici $h_1 = \left(H_1 = \frac{|O_1S_1|}{2}, r_{h_1} = \frac{|O_1S_1|}{2} \right)$.

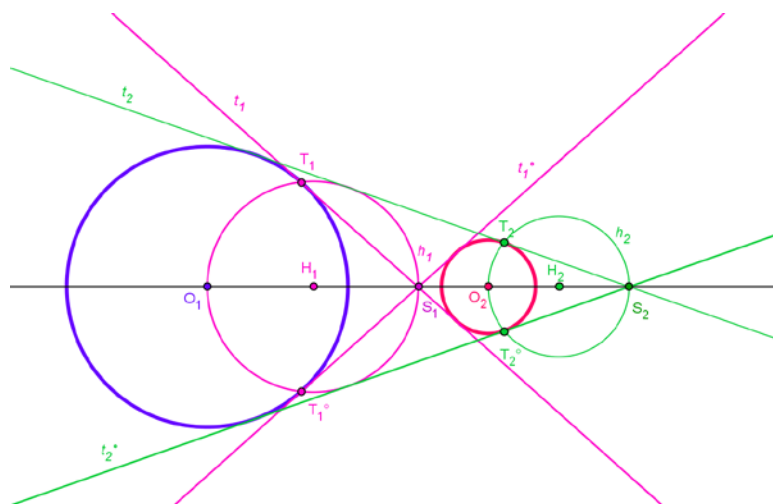
b) Označíme průsečíky (body dotyku) těchto kružnic: $k_1 \cap h_1 = \{T_1, T_1'\}$.

c) Nad průměrem $|O_2S_2|$ sestrojíme Thaletovu kružnici $h_2 = \left(H_2 = \frac{|O_2S_2|}{2}, r_{h_2} = \frac{|O_2S_2|}{2} \right)$.

d) Označíme průsečíky (body dotyku) těchto kružnic: $k_2 \cap h_2 = \{T_2, T_2'\}$.

e) Sestrojíme vnitřní společné tečny těchto kružnic: $t_1 = \overleftrightarrow{T_1S_1}$ a $t_1' = \overleftrightarrow{T_1'S_1}$.

f) Sestrojíme vnější společné tečny těchto kružnic: $t_2 = \overleftrightarrow{S_2T_2}$ a $t_2' = \overleftrightarrow{S_2T_2'}$.



Jiný postup: Pro sestavení průsečíků T lze použít Thaletovy kružnice jen vzhledem ke kružnici k_1 resp. k_2 .

3. Trojúhelník AO_1S_2 je podobný trojúhelníku $T_2O_2S_2$ podle věty „uu“.

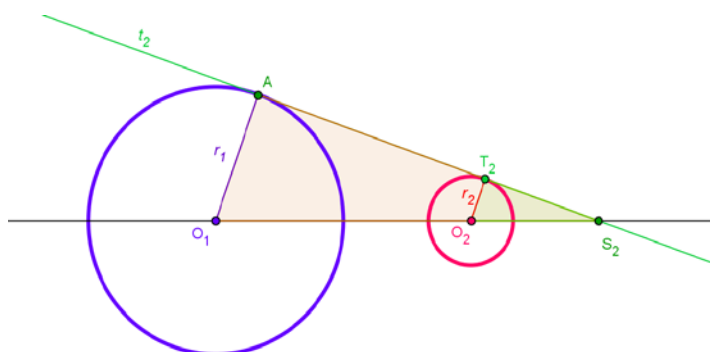
Proto platí:
$$\frac{r_1}{|O_1S_2|} = \frac{r_2}{|O_2S_2|}$$

$$\frac{r_1}{|O_1O_2| + |O_2S_2|} = \frac{r_2}{|O_2S_2|}$$

Označme $|O_2S_2| = x$:

$$\Rightarrow \frac{6}{12 + x} = \frac{2}{x}$$

$$\underline{\underline{x = 6}}$$



Vzdálenost průsečíku vnějších společných tečen daných kružnic od středů těchto kružnic je 18 cm a 6 cm.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Doplňkové aktivity	
1. Proveďte diskuzi počtu řešení společných tečen dvou kružnice vzhledem k velikosti poloměrů, vzdálenosti a polohy středů těchto kružnic.	
2. Narýsujte některé z úloh, sestrojte středy stejnolehlosti a společné tečny.	
3. Žáci (skupiny) mohou měnit velikosti poloměrů kružnice i vzdálenost jejich středů.	
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora