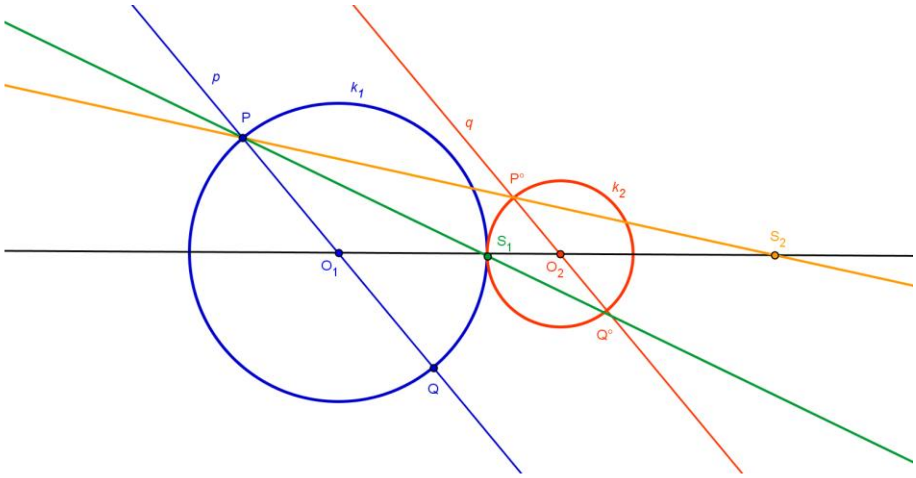
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DVĚ KRUŽNICE 2 - ŘEŠENÍ

1. a)



Narýsujeme zadání úlohy - $|O_1O_2|$, k_1, k_2.

b) Středem O_1 vedeme přímku p libovolně různoběžnou se střednou (tj. přímkou $\overleftrightarrow{O_1O_2}$).

c) Středem O_2 vedeme přímku q rovnoběžnou s přímkou p.

d) Průsečíky s kružnicemi označme P, P' a Q, Q' jednotně v téže polorovině k přímce $\overleftrightarrow{O_1O_2}$.

e) Sestrojíme přímky $\overleftrightarrow{PQ}$ a $\overleftrightarrow{PQ'}$.

f) Vnitřní střed stejnolehlosti těchto kružnic S_1 je průsečíkem přímek $\overleftrightarrow{PQ'}$ a $\overleftrightarrow{O_1O_2}$. Je vlastně dotykovým bodem těchto dvou kružnic.

g) Vnější střed stejnolehlosti těchto kružnic S_2 je průsečíkem přímek $\overleftrightarrow{PQ}$ a $\overleftrightarrow{O_1O_2}$.

2. Společné tečny (pokud existují) dvou kružnic procházejí středy stejnolehlosti těchto kružnic. Protože $|O_1O_2| = r_1 + r_2$, existují tři společné tečny těchto dvou kružnic; dvě vnější a jedna vnitřní.

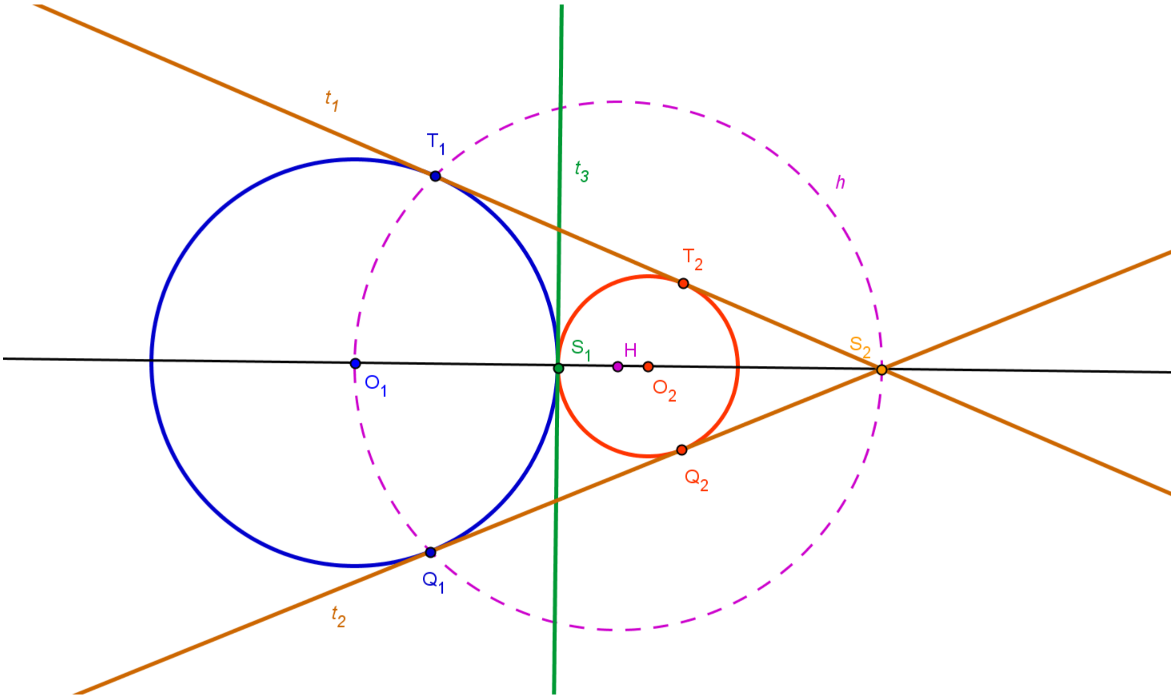
a) Nad průměrem $|O_1S_2|$ sestrojíme Thaletovu kružnici $h = \left(H = \frac{|O_1S_2|}{2}, r_h = \frac{|O_1S_2|}{2} \right)$.

b) Označíme průsečíky (body dotyku) těchto kružnic: $k_1 \cap h = \{T_1, Q_1\}$.

f) Sestrojíme vnější společné tečny těchto kružnic: $t_1 = \overleftrightarrow{T_1S_2}$ a $t_2 = \overleftrightarrow{Q_1S_2}$.

e) Sestrojíme vnitřní společnou tečnu těchto kružnic t_3. Jedná se o kolmou přímku na přímku $\overleftrightarrow{O_1O_2}$, která prochází bodem S_1.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Jiří Houser.
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.



<u>Jiný postup:</u> Pro sestrojení průsečíků T, Q lze použít Thaletovu kružnici vzhledem ke kružnici k_2.

3. Trojúhelník $T_1O_1S_2$ je podobný trojúhelníku $T_2O_2S_2$ podle věty „uu“.

Proto platí: $\dfrac{r_1}{|O_1S_2|} = \dfrac{r_2}{|O_2S_2|}$

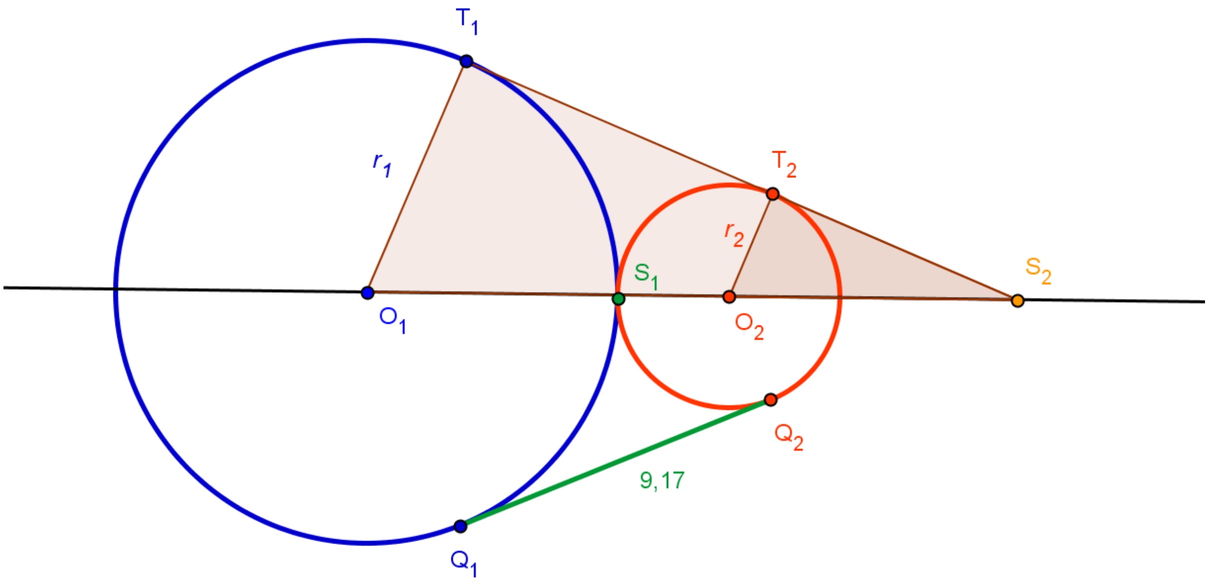
$$\frac{r_1}{|O_1O_2| + |O_2S_2|} = \frac{r_2}{|O_2S_2|}$$

Označme $|O_2S_2| = x$:

$$\Rightarrow \quad \frac{7}{10 + x} = \frac{3}{x}$$

$$\underline{\underline{x = 7{,}5}}$$

Vzdálenost středů stejnolehlosti daných kružnic je 17,5 cm.



4. Vypočteme nejprve např. vzdálenost $|T_1S_2| = \sqrt{17{,}5^2 - 7^2} = \sqrt{257{,}25} \doteq \underline{\underline{16{,}04}}$.

Trojúhelník $T_1O_1S_2$ je podobný trojúhelníku $T_2O_2S_2$ podle věty „uu“.

Proto platí: $\dfrac{r_1}{|T_1S_2|} = \dfrac{r_2}{|T_2S_2|}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{7}{16{,}04} = \frac{3}{|T_2S_2|}$$

$$\underline{\underline{|T_2S_2| \doteq 6{,}87}}$$

Vzdálenost bodů dotyku vnějších společných tečen je:

$$|T_1T_2| = |Q_1Q_2| = |T_1S_2| - |T_2S_2| = 16{,}04 - 6{,}87 = 9{,}17\ cm\ .$$

Ověření správnosti lez provést Pythagorovou větou: $|T_2S_2| = \sqrt{7{,}5^2 - 7^2} = \sqrt{47{,}25} \doteq \underline{\underline{6{,}87}}$.

Doplňkové aktivity	
1. Proveďte diskuzi počtu řešení společných tečen dvou kružnice vzhledem k velikosti poloměrů, vzdálenosti a polohy středů těchto kružnic. 2. Narýsujte některé z úloh, sestrojte středy stejnolehlosti a společné tečny. 3. Žáci (skupiny) mohou měnit velikosti poloměrů kružnice i vzdálenost jejich středů.	
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora