

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## GONIOMETRICKÉ FUNKCE

### Popis aktivity

Shodné funkce zadané různým předpisem.

### Předpokládané znalosti

Úpravy goniometrických výrazů, užití goniometrických vzorců

### Potřebné pomůcky

Pracovní list pro žáka

### Zadání

Do připravené tabulky přiřaďte k funkcím, které jsou označeny malým písmenem v horním řádku tabulky, funkce, které jsou označeny velkým písmenem v dolním řádku tabulky tak, aby oba vybrané funkční předpisy odpovídaly stejné funkci.

Vzor:

k funkci  $a: y = \sin x \cdot \cos x$  je přiřazena funkce  $H: y = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x$ , protože

$$y = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin x \cdot \cos x$$

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>h</b>	<b>i</b>	<b>j</b>
<b>H</b>									

Zadané funkce a - h	Zadané funkce A - H
$a: y = \sin x \cdot \cos x$	$A: y = 1$
$b: y = \sin^2 x - \cos^2 x$	$B: y = 1 + \sin x$
$c: y = \sin^2 x + \cos^2 x$	$C: y = \operatorname{tg} x$
$d: y = \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$	$D: y = 2$
$e: y = \operatorname{cotg} \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$	$E: y = -\operatorname{cotg} x$

### INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$f: y = (1 - \cos x) \cdot (1 + \cos x)$	$F: y = \sin x$
$g: y = \sin x \cdot \cos^2 x + \sin^3 x$	$G: y = \sin^2 x$
$h: y = (\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2$	$H: y = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x$
$i: y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7}{6}\pi + x\right)$	$I: y = -\cos x$
$j: y = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$	$J: y = -\cos 2x$

#### Možný postup řešení, metodické poznámky

Řešení:

$$b: y = \sin^2 x - \cos^2 x = -(\cos^2 x - \sin^2 x) = -\cos 2x$$

$$c: y = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$d: y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{cotg}(-x) = -\operatorname{cotg} x$$

$$e: y = \operatorname{cotg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$f: y = (1 - \cos x) \cdot (1 + \cos x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$g: y = \sin x \cdot \cos^2 x + \sin^3 x = \sin x \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) = \sin x$$

$$h: y = (\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2 = \\ = \cos^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 2$$

$$i: y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7}{6}\pi + x\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{7\pi}{6} \cdot \cos x + \cos \frac{7\pi}{6} \cdot \sin x = \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x - \frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x = -\cos x$$

$$j: y = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 = \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \sin 2 \frac{x}{2} = 1 + \sin x$$

Správně vyplněná tabulka:

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>h</b>	<b>i</b>	<b>j</b>
<b>H</b>	<b>J</b>	<b>A</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>G</b>	<b>F</b>	<b>D</b>	<b>I</b>	<b>B</b>

#### Doplňkové aktivity

Žáci mohou určit definiční obor či obor hodnot funkcí, zjistit další vlastnosti funkcí (monotónnost, omezenost ...), načrtnout grafy některých funkcí.