

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TROJÚHELNÍK 3

Popis aktivity

Určení obecného tvaru rovnice přímky v rovině.

Předpokládané znalosti

Polohové vztahy v soustavě souřadnic, vlastnosti trojúhelníků, těžnice a těžiště trojúhelníku.

Potřebné pomůcky

Kalkulátor, pracovní list pro žáka

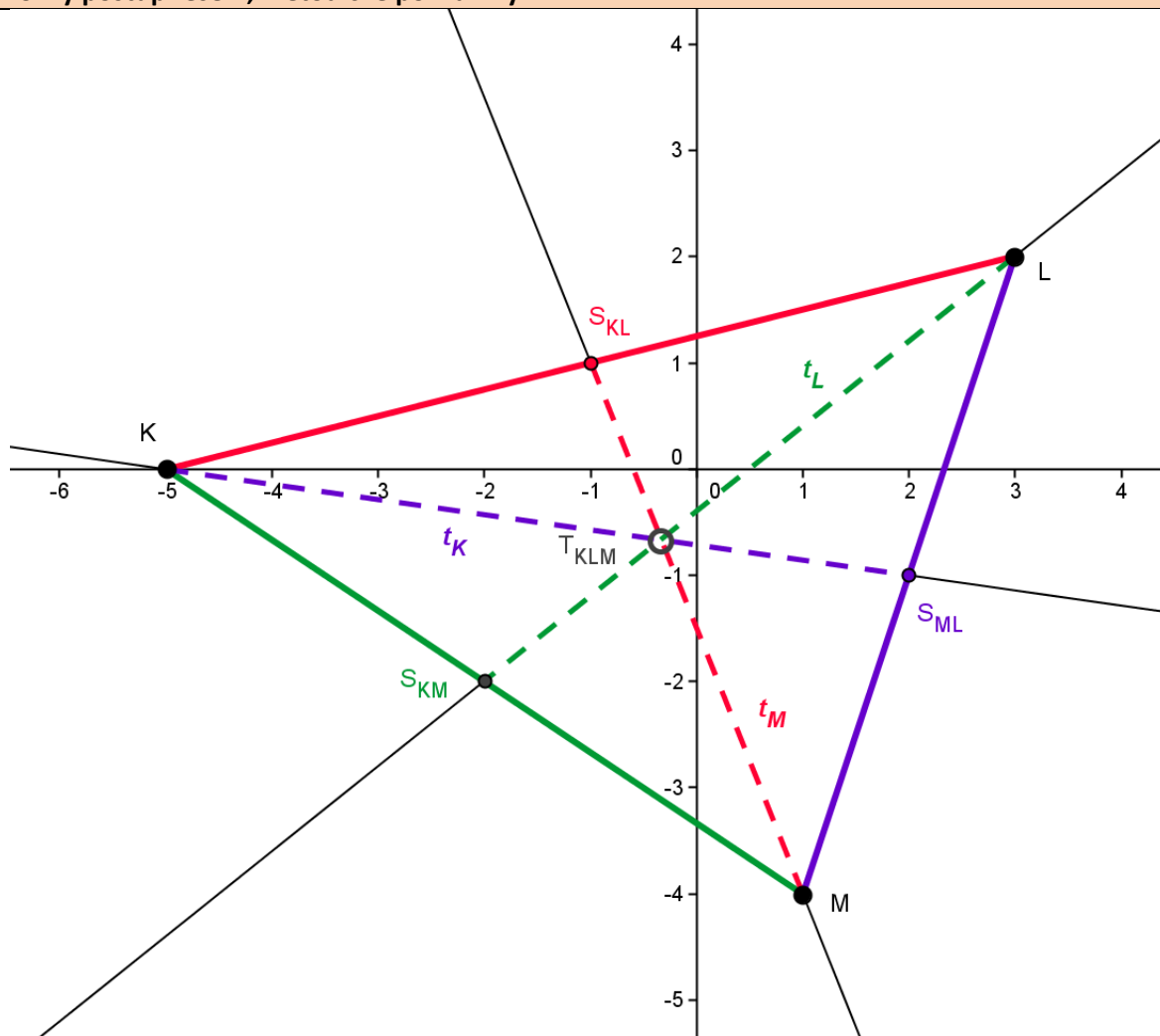
Zadání

Je dán trojúhelník KLM tak, že platí: $K[-5;0]$, $L[3;2]$, $M[1;-4]$.

Úkoly

1. Zakreslete do soustavy souřadnic trojúhelník KLM a všechny jeho těžnice.
2. Zapište obecné tvary rovnic přímek, ve kterých leží těžnice trojúhelníku KLM .
3. Vypočtete souřadnice těžiště trojúhelníku KLM .

Možný postup řešení, metodické poznámky



1. Trojúhelník KLM je obecný.

Těžnice spojuje vrchol trojúhelníku se středem protější strany.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Vypočítejte středy příslušných stran trojúhelníku KLM a pro určení obecného tvaru rovnice přímky např. využijte směrový vektor dané těžnice, určete k němu vektor normálový a v obecném tvaru rovnice přímky vypočítejte konstantu tj. posunutí v normálovém směru.

$$\text{a) } S_{ML} = \frac{M + L}{2} = [2; -1]$$

$$\vec{s}_{KS_{ML}} = S_{ML} - K = (7; -1)$$

$$\vec{n}_{t_K} = (1; 7)$$

$$K \in t_K \Rightarrow x_K + 7y_K + c_K = 0$$

$$\underline{\underline{c_K = 5}}$$

Obecný tvar rovnice přímky pro těžnici t_K : $x + 7y + 5 = 0$

$$\text{b) } S_{KM} = \frac{K + M}{2} = [-2; -2]$$

$$\vec{s}_{LS_{KM}} = S_{KM} - L = (-5; -4)$$

$$\vec{n}_{t_L} = (4; -5)$$

$$L \in t_L \Rightarrow 4x_L - 5y_L + c_L = 0$$

$$\underline{\underline{c_L = -2}}$$

Obecný tvar rovnice přímky pro těžnici t_L : $4x - 5y - 2 = 0$

$$\text{c) } S_{KL} = \frac{K + L}{2} = [-1; 1]$$

$$\vec{s}_{MS_{KL}} = S_{KL} - M = (-2; 5)$$

$$\vec{n}_{t_M} = (5; 2)$$

$$M \in t_M \Rightarrow 5x_M + 2y_M + c_M = 0$$

$$\underline{\underline{c_M = 3}}$$

Obecný tvar rovnice přímky pro těžnici t_M : $5x + 2y + 3 = 0$

Jiný postup:

Použijeme-li jen směrové vektory, zapíšeme přímky pro dané těžnice parametrickým tvarem rovnice a eliminací parametru převedeme rovnice na obecný tvar:

$$\text{např. } \vec{s}_{t_K} = (7; -1),$$

$$\text{potom je parametrický tvar rovnice přímky pro těžnici } t_K: \begin{cases} x = -5 + 7q \\ y = 0 - q \end{cases}, q \in R$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

A sčítací metodou pro soustavu rovnic eliminujeme parametr q :

$$x = -5 + 7q$$

$$y = 0 - q \quad / \cdot 7$$

$$\underline{\underline{x + 7y + 5 = 0}}$$

3. Výpočet souřadnic těžiště trojúhelníku KLM můžeme vyřešit analyticky např. jako průsečík přímek (těžnic) v rovině:

$$t_L \cap t_K = \{T_{KLM}\} \Rightarrow 4x - 5y - 2 = 0$$

$$\underline{\underline{x + 7y + 5 = 0}}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}}} \Rightarrow \underline{\underline{x = -\frac{1}{3}}}$$

Pro těžiště trojúhelníku KLM platí: $T_{KLM} \left[-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3} \right]$.

Jiný postup:

Použijeme přímo vzorec pro výpočet souřadnic těžiště trojúhelníku:

$$T_{KLM} = \frac{K + L + M}{3} \Rightarrow x_{T_{KLM}} = \frac{-5 + 3 + 1}{3} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

$$y_{T_{KLM}} = \frac{0 + 2 - 4}{3} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

Doplňkové aktivity

1. Žáci (skupiny) mohou určit obecné tvary rovnic stran (výšek, os úhlů) trojúhelníku KLM .
2. Lepší žáci (skupiny) mohou řešit planimetrické úlohy o trojúhelníku (obsah, úhly, výšky aj.).
3. Zadání lze využít i pro další analytické úlohy – rovnice kružnice opsané a vepsané, výpočet souřadnic ortocentra apod.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora