

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

NA HOUBÁCH

Popis aktivity

Řešení soustavy dvou lineárních rovnic, určení směrnice přímky, výpočet vzdáleností v rovině.

Předpokládané znalosti

Směrnicový tvar rovnice přímky. Soustava lineárních rovnic.

Potřebné pomůcky

Kalkulátor, pracovní list pro žáka

Zadání

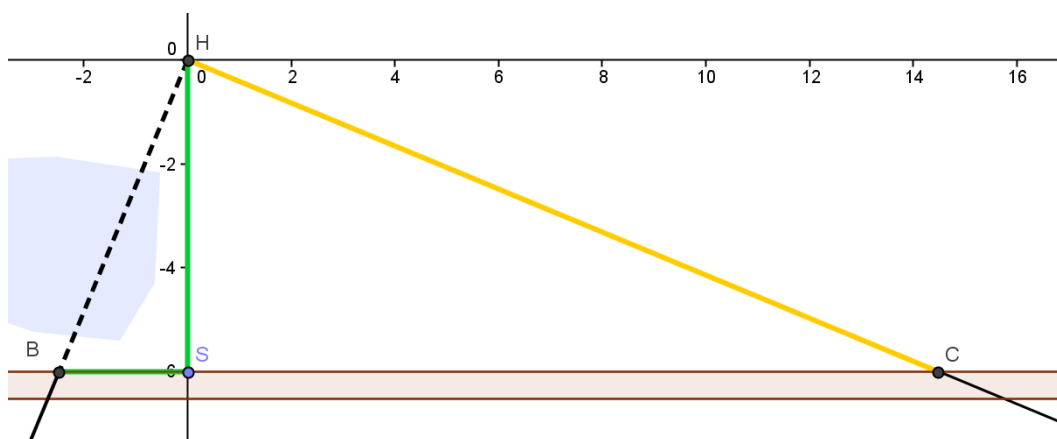
Čtyřčlenná rodina Houbových byla na pěším výletě. Trochu se zdrželi sbíráním hub a pak zjistili, že jim jede už za 2 hodiny a 30 minut jeden autobus z vesnice Cílová a druhý ve stejný čas z Borové. Obě vsi jsou spojené přímou silnicí, která vede podle mapy ze západu na východ. Paní Houbová musela jít s malou dcerou Janou po lesní cestě směrem na jihovýchodovýchod ($-112^{\circ}30'$) přímo do Cílové; pan Houba se synem Jirkou šli lesem nejkratší cestou jižně k silnici (dle mapy 6 kilometrů) a pak po silnici přímo na západ do Borové. Chtěli jít sice obtížným terénem přímo jihojihozápadním směrem ($-22^{\circ}30'$), ale podle mapy je v tomto směru mezi nimi a Borovou rybník.

Úkoly

1. Umístěte polohu Houbových do počátku soustavy souřadnic a nakreslete situaci.
2. Napište směrnicové a obecné tvary rovnic přímek, které spojují výchozí místo Houbových přímo s oběma vsími, rovnicí cesty lesem a rovnicí přímé silnice.
3. Vypočtete polohové souřadnice obou vesnic a vzdálenost mezi nimi.
4. Přijdou včas obě dvojice k odjezdu svého autobusu, jestliže po pěšině i po silnici mohou jít rychlostí asi 6 km/h, avšak lesem muži jen rychlostí poloviční?

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Vzhledem k zadání a zeměpisným směrům označme místa vhodnými písmeny.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. a) Rovnice cesty lesem k silnici – spojuje místa H a S : \overrightarrow{HS} : $x = 0$.

(Směrnice tvar rovnice přímky nelze zapsat.)

b) Rovnice přímky sinice mezi obcemi B a C (jde o rovnoběžku s osou o_x): \overrightarrow{BC} : $y = -6$

Obecný tvar: \overrightarrow{BC} : $y + 6 = 0$.

c) Rovnice přímky vzdušnou čarou přes rybník k obci Borová (zeměpisný směr jihojihovýchod odpovídá orientovanému úhlu $\alpha = -112^\circ 30'$); směrnice přímky je $k_{HB} = \text{tg}(-112^\circ 30') \doteq 2,4$.

Směrnice tvar rovnice přímky \overrightarrow{HB} : $y_H = \text{tg}(-112^\circ 30') \cdot x_H + q_H \Rightarrow q_H = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{HB}$: $y = 2,4x$

Obecný tvar: \overrightarrow{HB} : $12x - 5y = 0$.

d) Rovnice přímky po pěšině k obci Cílová (zeměpisný směr jihojihozápad odpovídá orientovanému úhlu $\beta = -22^\circ 30'$); směrnice přímky je $k_{HC} = \text{tg}(-22^\circ 30') \doteq -0,4$.

Směrnice tvar rovnice přímky \overrightarrow{HC} : $y_H = \text{tg}(-22^\circ 30') \cdot x_H + q_H \Rightarrow q_H = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{HC}$: $y = -0,4x$

Obecný tvar: \overrightarrow{HC} : $2x + 5y = 0$.

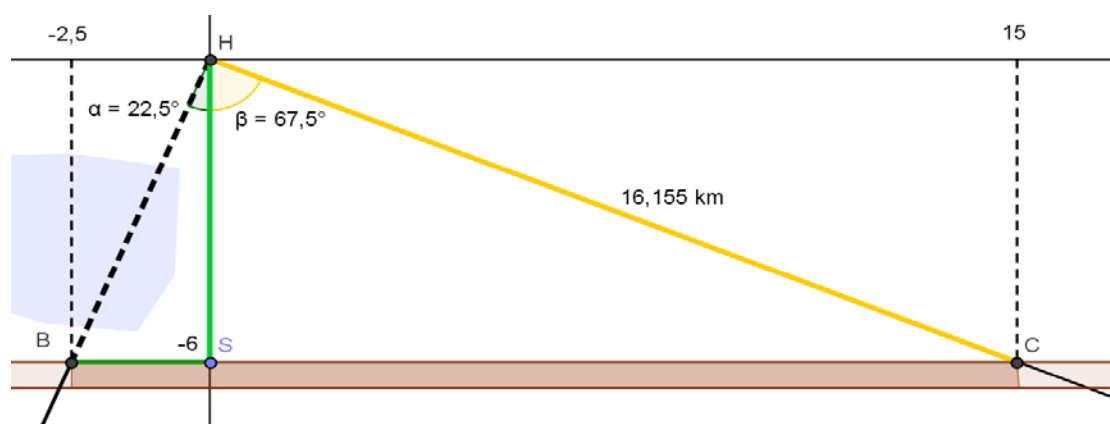
3. Úlohu řešíme např. analyticky, kde bod B je průsečíkem přímek \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{HB} a C je průsečíkem přímek \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{HC} :

$$\underbrace{y + 6 = 0 \wedge 12x - 5y = 0}$$

$$B[-2,5; -6]$$

$$\underbrace{y + 6 = 0 \wedge 2x + 5y = 0}$$

$$C[15; -6]$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Jiný postup:

Úlohu bylo možno řešit goniometricky, Pythagorovsky, či Euklidovsky z pravoúhlého trojúhelníku HSB resp. HSC resp. HBC .

Vzdálenost mezi obcemi je dána součtem velikostí prvních souřadnic obou bodů:

$$|BC| = |x_B| + |x_C| = |-2,5| + |15| = \underline{\underline{17,5}}$$

Obce Borová a Cílová jsou od sebe vzdáleny asi 17,5 kilometru.

4. Vzdálenost výchozího místa od obce Cílová: $|HC| = \sqrt{(x_C)^2 + (y_C)^2} = \sqrt{261} = \underline{\underline{16,155}}$

Při rychlosti chůze 6 km/h budou matka s dcerou v obci Cílová za 2 hodiny a 42 minuty.

Vzdálenost výchozího místa od silnice je 6 km a do Borové je to po silnici ještě 2,5 km.

Otec se synem půjdou lesem 2 hodiny a po silnici ještě necelých 25 minut.

Závěr: Tatínek se synem Jirkou odjezd autobusu ještě stihnou, ale maminka s malou dcerou Janou budou muset čekat na další autobusové spojení.

Doplňkové aktivity

1. Žáci mohou napsat i parametrické tvary rovnic přímků k této úloze.
2. Žáci mohou vypočítat, jak dlouho by šli otec se synem po silnici, kdyby se rozhodli jít lesem a pak do Cílové.
3. Jak dlouho by šli chlapi z Borové do Cílové?
4. Jak rychle by musely jít po pěšině ženy, aby odjezd také stihly?

Přesahy a vazby	Fyzika, Zeměpis
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora