

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PĚTIÚHELNÍK

Popis aktivity

Výpočet směrnice přímky, určení směrnicového tvaru rovnice přímky v rovině, průsečík přímek.

Předpokládané znalosti

Polohové vztahy v soustavě souřadnic, vlastnosti pravidelných n -úhelníků, goniometrické funkce.

Potřebné pomůcky

Kalkulátor, pracovní list pro žáka

Zadání

Je dán pravidelný pětiúhelník $ABCDE$ tak, že platí: $A[-3;0]$, $|AB|=5$ a vrcholy B a E leží na ose o_y .

Úkoly

1. Vypočtete souřadnice středu S kružnice opsané tomuto pětiúhelníku.
2. Určete souřadnice vrcholů C a D pravidelného pětiúhelníku $ABCDE$.
3. Zapište směrnicové a obecné tvary rovnic přímek, které procházejí stranami pětiúhelníku $ABCDE$.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Z podmínky $|AB|=5$ vyplývá na základě Pythagorovy věty, že $B[0;-4]$ a $E[0;4]$.

Bod $S[x_S;0]$ leží na přímce \overrightarrow{SE} , která svírá s kladnou částí osy o_x orientovaný úhel 108° .

Proto pro směrnici přímky \overrightarrow{SE} platí: $k_{SE} = \text{tg} 108^\circ$.

Směrnicový tvar rovnice přímky \overrightarrow{SE} :

$$\begin{aligned} y_E &= \text{tg} 108^\circ \cdot x_E + q_E \\ y &= -3,08 \cdot x + 4 \end{aligned}$$

Bod $S[x_S;0]$ leží na přímce \overrightarrow{SE} , proto platí:

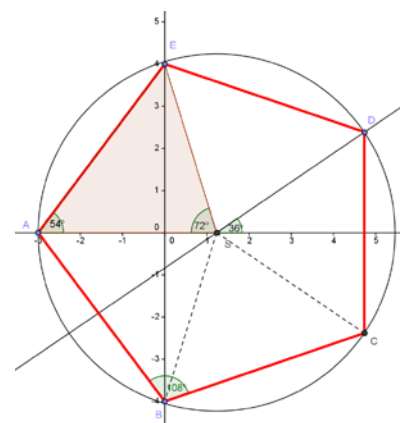
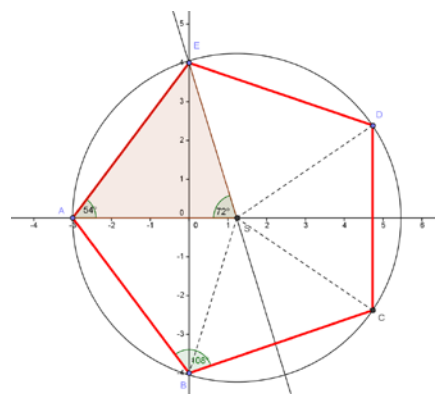
$$\begin{aligned} y_S &= -3,08 \cdot x_S + 4 \\ 0 &= -3,08 \cdot x_S + 4 \quad \Rightarrow \quad S[1,3;0] \\ \underline{\underline{x_S = 1,3}} \end{aligned}$$

2. a) Bod $D[x_D;2,5]$ leží na přímce \overrightarrow{SD} , která svírá s kladnou částí osy o_x orientovaný úhel 36° .

Proto pro směrnici přímky \overrightarrow{SD} platí: $k_{SD} = \text{tg} 36^\circ$.

Směrnicový tvar rovnice přímky \overrightarrow{SD} :

$$\begin{aligned} y_S &= \text{tg} 36^\circ \cdot x_S + q_S \\ 0 &= 0,73 \cdot 1,3 + q_S \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{SD}: y = 0,73 \cdot x - 0,94 \\ \underline{\underline{q_S = -0,94}} \end{aligned}$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Bod $D[x_D; 2,5]$ leží na přímce \overrightarrow{SD} , proto platí:

$$y_D = 0,73 \cdot x_D - 0,94$$

$$2,5 = 0,73 \cdot x_D - 0,94 \Rightarrow D[4,73; 2,5].$$

$$\underline{x_D = 4,73}$$

b) **Poznámka:** Postup pro bod C je obdobný. Lze však snadno odvodit výpočty z vlastnosti osové souměrnosti s osou o_x .

Bod $C[x_C; -2,5]$ leží na přímce \overrightarrow{SC} , která svírá s kladnou částí osy o_x orientovaný úhel (-36°) .

Proto pro směrnici přímky \overrightarrow{SC} platí: $k_{SC} = \text{tg}(-36^\circ)$.

$$\text{Směrnicový tvar rovnice přímky } \overrightarrow{SC}: \begin{array}{l} y_S = -\text{tg}36^\circ \cdot x_S + q_S \\ 0 = -0,73 \cdot 1,3 + q_S \\ \underline{q_S = 0,94} \end{array} \Rightarrow \overrightarrow{SC}: y = -0,73 \cdot x + 0,94$$

Bod $C[x_C; -2,5]$ leží na přímce \overrightarrow{SC} , proto platí: $-2,5 = -0,73 \cdot x_C + 0,94$

$$y_C = -0,73 \cdot x_C + 0,94$$

$$-2,5 = -0,73 \cdot x_C + 0,94$$

$$\underline{x_C = 4,73}$$

$$\Rightarrow C[4,73; -2,5].$$

3. Směrnicové a obecné tvary rovnic přímek, které procházejí stranami pětiúhelníku $ABCDE$.

a) Směrnicový tvar rovnice přímky \overrightarrow{AB} :

$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - 0}{0 + 3} = -\frac{4}{3}$$

$$\overrightarrow{AB}: y = -\frac{4}{3} \cdot x - 4$$

Obecný tvar rovnice přímky \overrightarrow{AB} : $4x + 3y + 12 = 0$

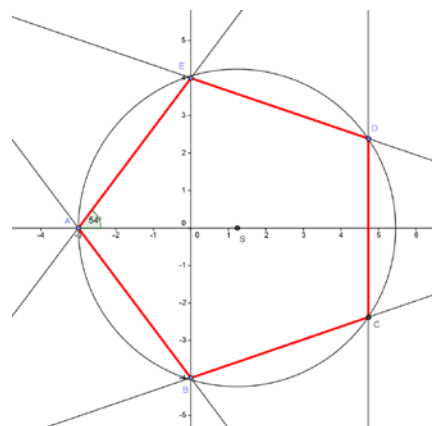
b) Pro směrnicový tvar rovnice přímky \overrightarrow{AE} využijeme změnu znaménka směrnice a znaménka průsečíku této přímky s osou o_y :

$$\overrightarrow{AE}: y = \frac{4}{3} \cdot x + 4$$

Obecný tvar rovnice přímky \overrightarrow{AE} : $4x - 3y + 12 = 0$

c) Směrnicový tvar rovnice přímky \overrightarrow{BC} :

$$k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2,5 - (-4)}{4,73 - 0} = 0,32$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\overline{BC}: y = 0,32 \cdot x - 4$$

Obecný tvar rovnice přímky \overline{BC} : $8x - 25y - 100 = 0$

d) Pro směrnicový tvar rovnice přímky \overline{ED} využijeme změnu znaménka směrnice a znaménka průsečíku této přímky s osou o_y :

$$\overline{ED}: y = -0,32 \cdot x + 4$$

Obecný tvar rovnice přímky \overline{ED} : $8x + 25y - 100 = 0$

e) Směrnicový tvar rovnice přímky \overline{CD} nelze zapsat (tangenta směrového úhlu není definována).

Obecný tvar rovnice přímky \overline{CD} : $100x - 473 = 0$

Doplňkové aktivity

1. Žáci (skupiny) mohou určit různé tvary rovnic úhlopříček (os stran) pětiúhelníku $ABCDE$.
2. Lepší žáci (skupiny) mohou řešit planimetrické úlohy o pětiúhelníku (obsah, poloměry kružnice vepsané a opsané, úhly úhlopříček aj.).
3. Zadání lze využít i pro další analytické úlohy – rovnice kružnice opsané a vepsané, výpočet souřadnic středů stran, velikosti úhlopříček apod.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora