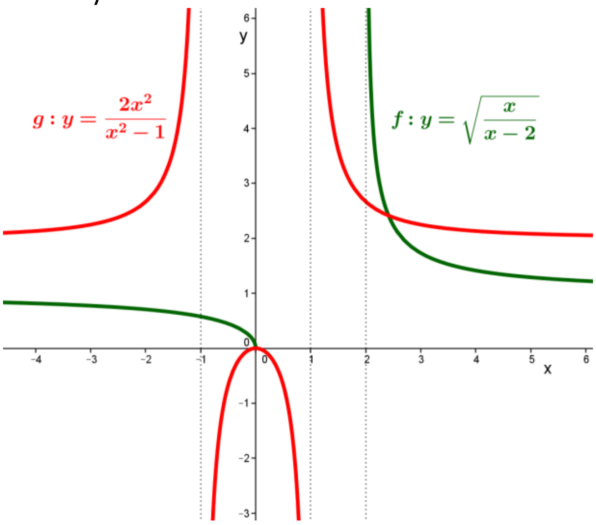
DVĚ FUNKCE – ŘEŠENÍ

1. a) Funkce *f* je definována pro $\frac{x}{x-2} \geq 0$, proto je její definiční obor $D(f) = (-\infty;0\rangle \cup (2;+\infty)$, což dostaneme řešením soustavy nerovnic $(x \geq 0 \wedge x > 2) \vee (x \leq 0 \wedge x < 2)$.

   b) Funkce *g* je definována pro $x^2 - 1 \neq 0$, proto je její definiční obor $D(g) = R - \{-1;1\}$.

2. Grafy funkcí



Z grafu je patrné, že obor hodnot funkce $f: y = \sqrt{\frac{x}{x-2}}, H(f) = (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$ a obor funkce $g: y = \frac{2x^2}{x^2-1}$, $H(g) = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Obě funkce jsou inverzní pouze za předpokladu, že $D(f) = (2;+\infty), H(f) = (1;+\infty)$ a $D(g) = (1;+\infty), H(g) = (2;+\infty)$.

3. Pokusíme se najít k funkci *f* funkci inverzní.

Ve funkci $y = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$ zaměníme proměnné. Dostaneme vztah $x = \sqrt{\frac{y}{y-2}}$, který dále upravíme:

$$x^2 = \frac{y}{y-2}$$
$$x^2 \cdot (y-2) = y$$
$$x^2 \cdot y - 2 \cdot x^2 = y$$
$$x^2 \cdot y - y = 2 \cdot x^2$$
$$y \cdot (x^2 - 1) = 2 \cdot x^2$$
$$y = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

Funkce *f* a *g* jsou inverzní. Platí, že $D(f) = H(g)$ a $D(g) = H(f)$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.