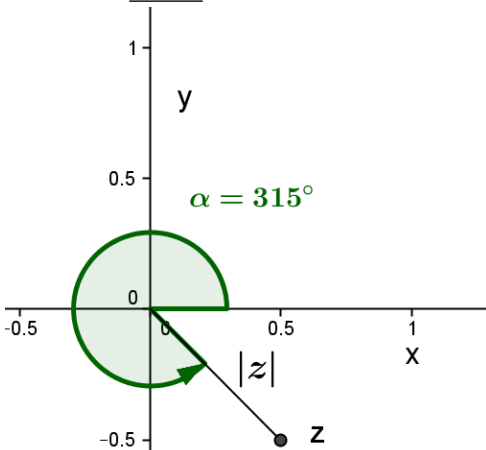


## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### JAK UMOCNIT

<b>Popis aktivity</b>
Žák má umocnit zlomek.
<b>Předpokládané znalosti</b>
Algebraický a goniometrický tvar komplexních čísel, početní operace s komplexními čísly, komplexně sdružené číslo, Moivreova věta.
<b>Potřebné pomůcky</b>
Psací potřeby, kalkulačka
<b>Zadání</b>
Je dáno komplexní číslo $z = \frac{5-3i}{8+2i}$ . Jak najdeš šestou mocninu tohoto čísla?
<b>Možný postup řešení, metodické poznámky</b>
<p>Vyjádříme číslo v algebraickém tvaru (rozšíříme číslem komplexně sdruženým ke jmenovateli a upravíme):</p> $z = \frac{5-3i}{8+2i} = \frac{5-3i}{8+2i} \cdot \frac{8-2i}{8-2i} = \frac{40-34i+6i^2}{64-4i^2} = \frac{34-34i}{68} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ <p>Zobrazíme číslo v rovině komplexních čísel a určíme argument přímo z obrázku</p> $\alpha = 315^\circ = \frac{7}{4}\pi.$ 
Vypočítáme absolutní hodnotu:
$ z  = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
Goniometrický tvar komplexního čísla je:
$z = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi \right)$
Umocníme:
$z^6 = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^6 \cdot \left( \cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi \right)^6$
Užitím Moivreovy věty dostáváme:

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$z^6 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6 \cdot \left(\cos 6 \cdot \frac{7}{4} \pi + i \sin 6 \cdot \frac{7}{4} \pi\right)$$

$$z^6 = \left(\frac{2^3}{2^6}\right) \cdot \left(\cos 3 \cdot \frac{7}{2} \pi + i \sin 3 \cdot \frac{7}{2} \pi\right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{2^3}\right) \cdot \left(\cos \frac{21}{2} \pi + i \sin \frac{21}{2} \pi\right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\cos \frac{1}{2} \pi + i \sin \frac{1}{2} \pi\right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{8}\right) \cdot (0 + i \cdot 1)$$

$$\underline{\underline{z^6 = \frac{1}{8}i}}$$

### Doplňkové aktivity

Po úpravě na algebraický tvar počítej pomocí binomické věty.

### Obrazový materiál

Dílo autora