

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JAK UMOCNIT - ŘEŠENÍ

Vyjádříme číslo v algebraickém tvaru (rozšíříme číslem komplexně sdruženým ke jmenovateli a upravíme):

$$z = \frac{5-3i}{8+2i} = \frac{5-3i}{8+2i} \cdot \frac{8-2i}{8-2i} = \frac{40-34i+6i^2}{64-4i^2} = \frac{34-34i}{68} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Zobrazíme číslo v rovině komplexních čísel a určíme argument přímo z obrázku

$$\alpha = 315^\circ = \frac{7}{4}\pi.$$

Vypočítáme absolutní hodnotu:

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Goniometrický tvar komplexního čísla je:

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi \right)$$

Umocníme:

$$z^6 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^6 \cdot \left(\cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi \right)^6$$

Užitím Moivreovy věty dostáváme:

$$z^6 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^6 \cdot \left(\cos 6 \cdot \frac{7}{4}\pi + i \sin 6 \cdot \frac{7}{4}\pi \right)$$

$$z^6 = \left(\frac{2^3}{2^6} \right) \cdot \left(\cos 3 \cdot \frac{7}{2}\pi + i \sin 3 \cdot \frac{7}{2}\pi \right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{2^3} \right) \cdot \left(\cos \frac{21}{2}\pi + i \sin \frac{21}{2}\pi \right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{8} \right) \cdot \left(\cos \frac{1}{2}\pi + i \sin \frac{1}{2}\pi \right)$$

$$z^6 = \left(\frac{1}{8} \right) \cdot (0 + i \cdot 1)$$

$$\underline{\underline{z^6 = \frac{1}{8}i}}$$

