

NAJDI TŘETÍ VEKTOR – ŘEŠENÍ

1. Vyřešme úkol pomocí vektorů; ukážeme, že např. vektory \overrightarrow{XY} , \overrightarrow{XZ} jsou lineárně nezávislé.

Poznámka: Vektory \vec{u} , \vec{v} jsou lineárně nezávislé právě tehdy, když $\vec{u} \neq k \cdot \vec{v}$, kde $k \in \mathbb{R} - \{0\}$.

$$\overrightarrow{XY} = Y - X = (-1; 4; -3)$$

$$\overrightarrow{XZ} = Z - X = (-6; 1; 4)$$

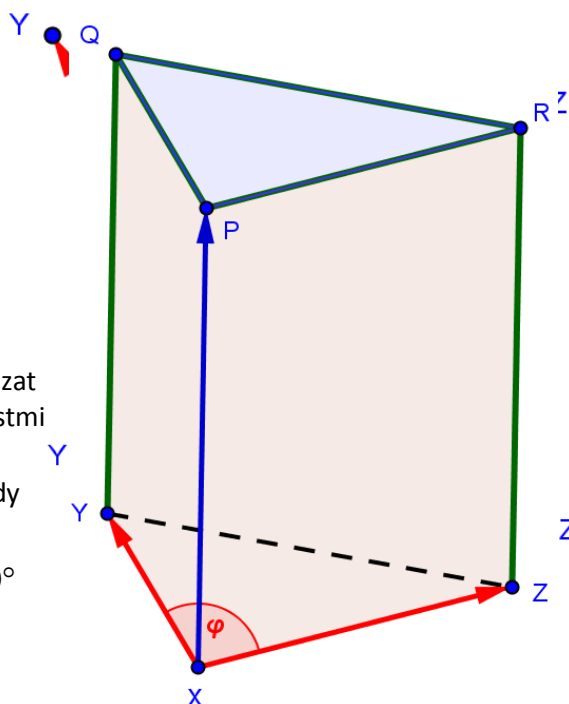
$$\frac{\overrightarrow{XY}}{\overrightarrow{XZ}} \neq k; \frac{-1}{-6} \neq \frac{4}{1} \neq \frac{-3}{4} \Rightarrow$$

vektory \overrightarrow{XY} , \overrightarrow{XZ} jsou lineárně nezávislé.

Body X , Y , Z tvoří trojúhelník.

Jiná řešení: Existenci trojúhelníku bylo možné dokázat

- trojúhelníkovou nerovností (velikostmi vektorů resp. vzdálenostmi dvojic bodů)
- např. bod X neleží na přímce dané body Y , Z
- úhel např. vektorů \overrightarrow{XY} , \overrightarrow{XZ} není roven 0° resp. 180° , neboli $\cos \varphi \neq \pm 1$.



2. Výpočet úhlu vektorů:

$$\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{XZ}}{|\overrightarrow{XY}| \cdot |\overrightarrow{XZ}|} = \frac{-2}{\sqrt{1378}} \doteq -0,0539$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 93^\circ 05' 23''}}$$

3. Vektorový součin: $\overrightarrow{XP} = \overrightarrow{XY} \times \overrightarrow{XZ} = (19; 22; 23)$

4. Objem trojbokého (kolmého) hranolu $XYZPQR$:

Obsah podstavy (trojúhelník XYZ):

$$S_{XYZ} = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{XY}| \cdot |\overrightarrow{XZ}| \cdot \sin \varphi =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{26} \cdot \sqrt{53} \cdot \sin 93^\circ 05' 23'' = \underline{\underline{18,53}}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\text{Výška hranolu: } v = |\overline{XP}| = \sqrt{19^2 + 22^2 + 23^2} \doteq \underline{\underline{37,07}}$$

$$\text{Objem hranolu: } V = S_{XYZ} \cdot v \doteq 18,53 \cdot 37,07 \doteq \underline{\underline{686,91}}$$

Objem trojbokého hranolu $XYZPQR$ je asi 686,91 objemových jednotek.