

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### NEJKRATŠÍ VEKTOR

#### Popis aktivity

Určení složek vektoru, výpočet velikosti vektoru a úhlu vektorů v rovině.

#### Předpokládané znalosti

Početní operace s vektory.

#### Potřebné pomůcky

Kalkulátor

#### Zadání

Jsou dány tři body v rovině:  $P[0; -5]$ ,  $Q[4; 1]$ ,  $R[-4; 3]$ .

Úkoly

- Napište složky vektorů vektoru  $\overrightarrow{PQ}$ ,  $\overrightarrow{QR}$ ,  $\overrightarrow{PR}$ .
- Určete velikost nejkratšího vektoru.
- Vypočítejte velikost vektoru  $\vec{x}$ , pro který platí:  $\vec{x} = 2 \cdot \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} - 3 \cdot \overrightarrow{RP}$ .
- Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníku  $PQR$ .

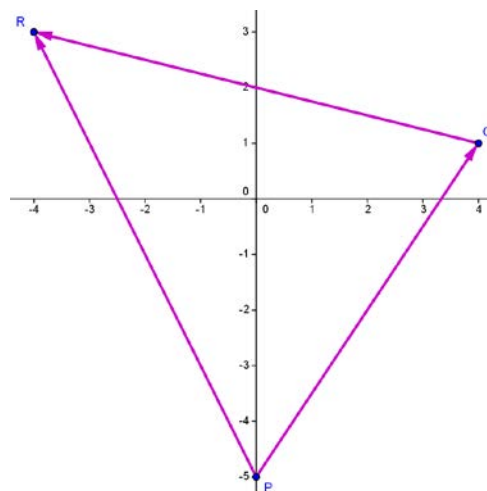
#### Možný postup řešení, metodické poznámky

- Výpočet složek vektorů:

$$\overrightarrow{PQ} = Q - P = (4; 6)$$

$$\overrightarrow{QR} = R - Q = (-8; 2)$$

$$\overrightarrow{PR} = R - P = (-4; 8)$$



- Podle složek vektorů je jistě vektor  $\overrightarrow{PR}$  nejdelší. Vypočteme velikosti druhých dvou vektorů:

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{4^2 + 6^2} = \underline{\underline{\sqrt{52}}}, \quad |\overrightarrow{QR}| = \sqrt{(-8)^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{68}}}$$

Nejkratším vektorem je vektor  $\overrightarrow{PQ}$ .

- Výpočet složek vektoru  $\vec{x}$ :

$$\vec{x} = 2 \cdot \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} - 3 \cdot \overrightarrow{RP} = 2 \cdot (4; 6) + (-8; 2) - 3 \cdot (4; -8) = (-12; 38)$$

$$\text{Velikost vektoru } \vec{x}: |\vec{x}| = \sqrt{(-12)^2 + 38^2} \doteq \underline{\underline{39,85}}$$

Velikost vektoru  $\vec{x}$  je asi 39,85 délkových jednotek.

- Výpočet velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku  $PQR$ .

$$\alpha = |\sphericalangle RPQ|: \cos \alpha = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PQ}| \cdot |\overrightarrow{PR}|} = \frac{(4; 6) \cdot (-4; 8)}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{80}} = \frac{32}{8 \cdot \sqrt{65}} = \frac{4}{\sqrt{65}} \doteq 0,4961$$

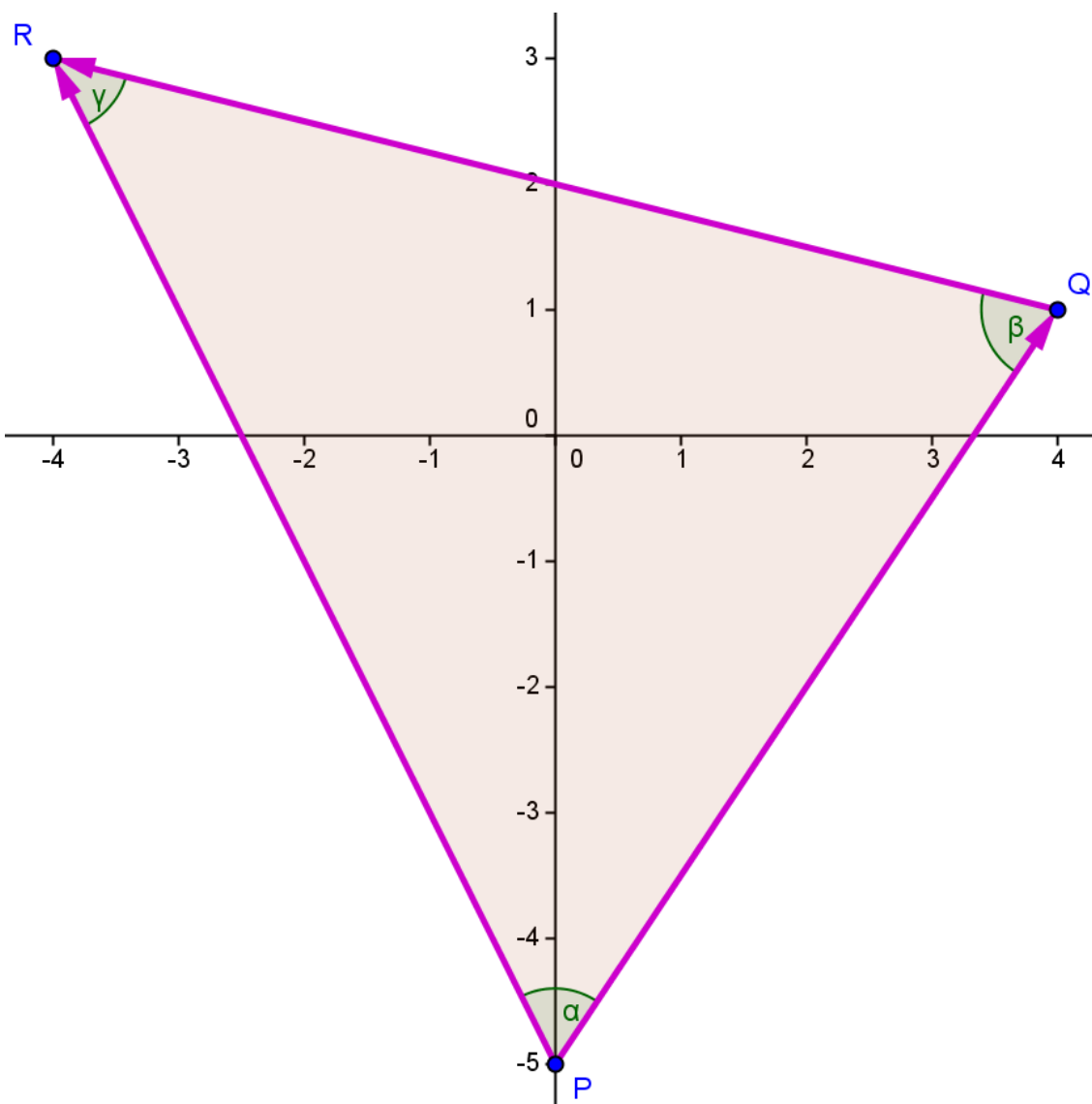
$$\Rightarrow \alpha \doteq 60^\circ 15' 27''$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\beta = |\sphericalangle PQR|: \cos \beta = \frac{\overline{QP} \cdot \overline{QR}}{|\overline{QP}| \cdot |\overline{QR}|} = \frac{(-4; -6) \cdot (-8; 2)}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{68}} = \frac{20}{4 \cdot \sqrt{13 \cdot 17}} = \frac{5}{\sqrt{221}} \doteq 0,3363$$

$$\Rightarrow \beta \doteq 70^{\circ}20'54''$$

$$\gamma = |\sphericalangle QRP|: \gamma = 180^{\circ} - (\alpha + \beta) \doteq 49^{\circ}23'39''$$



**Doplňkové aktivity**

Žáci mohou určit složky vektorů, ve kterých leží těžnice trojúhelníku.

Žáci mohou vypočítat obvod a obsah trojúhelníku  $PQR$ .

**Součásti popisu aktivity:**

**Literatura** Archiv autora

**Obrazový materiál** Dílo autora