

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

UPRAVTE VÝRAZ

Popis aktivity
Úprava goniometrického výrazu podle vhodného součtového vzorce. Využití vztahů mezi goniometrickými funkcemi. Určení základních hodnot goniometrických funkcí.
Předpokládané znalosti
Hodnoty goniometrických funkcí na intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$. Úpravy výrazů
Potřebné pomůcky
Tabulky goniometrických vzorců
Zadání
Zjednodušte goniometrické výrazy podle vhodných součtových vzorců. Úkoly:
1. Zjednodušte výraz, je-li $t \in R$: $V(t) = \cos\left(\frac{2}{3}\pi + t\right) - \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$.
2. Vypočítejte bez kalkulátoru úpravou výrazu: $M = \frac{\sin 65^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ + \cos 40^\circ}$.
3. Zjednodušte výraz, je-li $u \in R$: $K(u) = \sin\left(u + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + u\right)$.
Možný postup řešení, metodické poznámky
1. Pro všechna $x, y \in R$ platí: $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$ $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$
$V(t) = \cos\left(\frac{2}{3}\pi + t\right) - \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{2}{3}\pi \cdot \cos t - \sin\frac{2}{3}\pi \cdot \sin t - \left(\sin t \cdot \cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos t\right) =$ $= -\frac{1}{2} \cdot \cos t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin t + \frac{1}{2} \cdot \cos t = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin t = -\sqrt{3} \cdot \sin t$
2. Pro všechna $x, y \in R$ platí: $\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$ $\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$
$M = \frac{\sin 65^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ + \cos 40^\circ} = \frac{2 \cdot \sin\frac{65^\circ + 25^\circ}{2} \cdot \cos\frac{65^\circ - 25^\circ}{2}}{2 \cdot \cos\frac{80^\circ + 40^\circ}{2} \cdot \cos\frac{80^\circ - 40^\circ}{2}} = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 60^\circ \cdot \cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$
3. Pro všechna $x, y \in R$ platí: $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$ $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\begin{aligned}K(u) &= \sin\left(u + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + u\right) = \sin u \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos u - \left(\cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos u - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin u\right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin u + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos u - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos u + \frac{1}{2} \cdot \sin u = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin u = \underline{\underline{\sin u}}\end{aligned}$$

Doplňkové aktivity

1. Odvoďte vzorec pro součet (rozdíl) argumentů funkce tangens a kotangens.
2. Žáci (skupiny) mohou volit vhodné dvojice argumentů goniometrických funkcí a kombinovat znaménka mezi nimi i mezi funkcemi.