INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

SPOR O ODMOCNINU

Každý zná důkaz, že odmocnina ze 2 není racionální číslo. Lze analogicky dokázat též tvrzení, že odmocnina ze 4 není racionální číslo? Porovnejte oba důkazy a zkoumejte, zda jsou správné. Tvrzení dokazujeme sporem.

1. Tvrzení	$\sqrt{2} \notin Q$	$\sqrt{4} \notin Q$
2. Negace tvrzení	$\sqrt{2} \in Q$	$\sqrt{4} \in Q$
3. Ekvivalentní tvrzení	**Existují dvě nesoudělná přirozená čísla *a, b*, pro která platí** $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$	**Existují dvě nesoudělná přirozená čísla *a, b*, pro která platí** $\sqrt{4} = \frac{a}{b}$
4. Umocníme rovnost a zbavíme se zlomků	$2b^2 = a^2$	$4b^2 = a^2$
5. Z toho plyne	**a^2 je sudé, tedy i *a* je sudé**	**a^2 je dělitelné 4, tedy i *a* je dělitelné 4**
6. Ekvivalentní tvrzení	**Existuje přirozené číslo *q* takové, že $a = 2q$**	**Existuje přirozené číslo *r* takové, že $a = 4r$**
7. Nový tvar rovnosti (4)	$2b^2 = 4q^2$	$4b^2 = 16r^2$
8. Ekvivalentní tvrzení	$b^2 = 2q^2$	$b^2 = 4r^2$
9. Z toho plyne	**b^2 je sudé, tedy *b* je sudé**	**b^2 je dělitelné 4, tedy *b* je dělitelné 4**
10. Z toho plyne	***a* i *b* jsou sudá, tedy nejsou nesoudělná, což je spor s předpokladem**	***a* i *b* jsou dělitelná 4, tedy nejsou nesoudělná, což je spor s předpokladem**

Jak je vidět, dokázali jsme, že odmocnina ze 4 není racionální číslo. Víme ale, že odmocnina ze 4 jsou 2, což je racionální číslo.

Kde je chyba?

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Kommová

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.