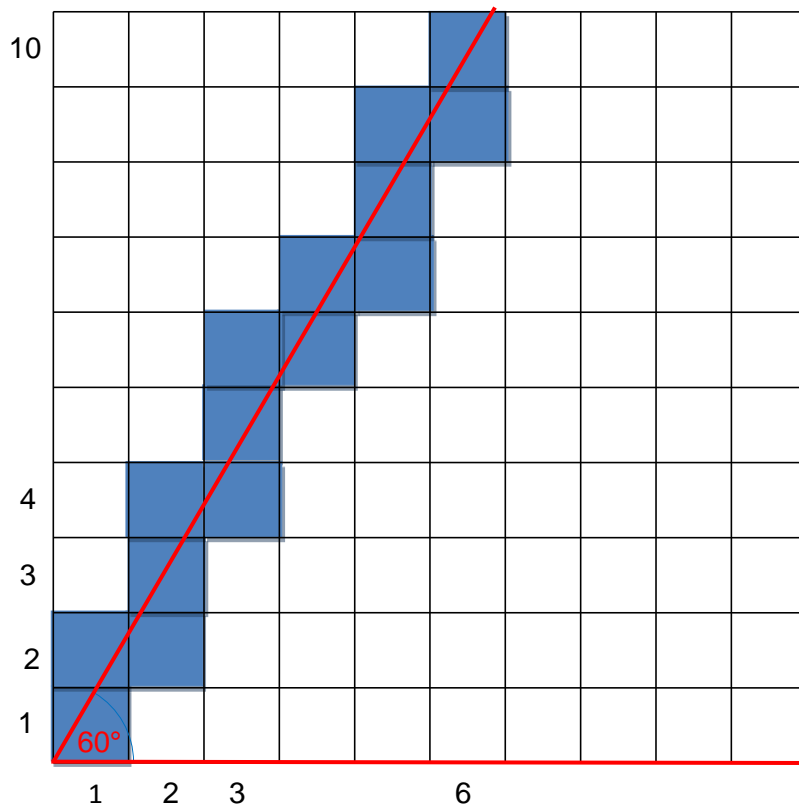
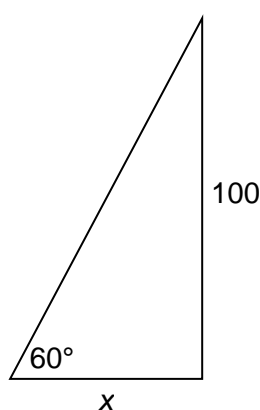


JAK SI USNADNIT VÝPOČET 2 - ŘEŠENÍ



V obrázku je zakreslen průchod čtvercovou sítí, která má 10 krát 10 polí. Zdá se, že úsečka neprotíná žádný z mřížových bodů. Jak to lze ověřit?



Čára tvoří přeponu pravoúhlého trojúhelníku s vnitřním úhlem 60° . Pokud protíná k -tou vodorovnou čáru, svislá odvěsna má délku k , kde za k lze postupně dosadit všechna celá čísla od 1 do 10. Platí:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{k}{x}, \text{ tedy } x = \frac{k}{\operatorname{tg} 60^\circ}. \text{ Pro všechna uvedená } k \text{ lze ověřit, že}$$

hodnota x není celé číslo., tedy čára nemůže protnout hranici v mřížovém bodě.

$$\text{Např. pro } k = 5 \text{ je } x = \frac{5}{\operatorname{tg} 60^\circ} \doteq 2,9.$$

Obdobně můžeme pokračovat i s většími celými čísly a stále získáváme hodnoty x , které nejsou celými čísly. Podezření, že se nikdy k žádnému celému číslu nedopracujeme ani při neomezeném rozšíření čtvercové sítě,

však musíme dokázat.

Platí:

$$x = \frac{k}{\operatorname{tg} 60^\circ}, \text{ kde } x \in \mathbf{N}$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x = \frac{k}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{k}{\sqrt{3}} = k \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{k}{3} \cdot \sqrt{3}$$

Hodnotu x získáme tak, že racionální číslo $\frac{k}{3}$ násobíme iracionálním číslem $\sqrt{3}$, tedy výsledkem je iracionální číslo. Tím je dokázáno, že čára nemůže nikdy procházet mřížovým bodem.