

KDYŽ CHATBOTI VYSVĚTLUJÍ GEOMETRII: DEFINICE, JAZYK, CHYBY A DIDAKTICKÉ SOUVISLOSTI

MAGDALENA KRÁTKÁ, MICHAELA TICHÁ, AND JIŘÍ PŘIBYL

ABSTRAKT. Generativní jazykové modely (LLM) vstupují do matematiky způsobem, který zásadně proměňuje roli jazyka, pojmové struktury i didaktického kontraktu. V geometrii – oboru, kde jsou definice, klasifikace a jazykové nuance nositeli klíčového významu – působí jejich odpovědi obzvláště problematicky. V tomto článku představujeme syntézu dvou výzkumů, které se zaměřily na interakce mezi LLM a elementární geometrií v českém prostředí: (1) případového zkoumání otázky „Je čtverec obdélník?“, v němž jsme u sedmi modelů testovali čtyři varianty dotazu v češtině a angličtině, a (2) rozsáhlé analýzy 480 odpovědí šesti LLM na 40 geometrických úloh ve dvou jazycích. Výsledky ukazují, že jazykové modely systematicky uplatňují angloamerické inkluzivní definice, zaměňují blízké pojmy, vykazují prototypové zkreslení a v češtině produkují signifikantně více chyb než v angličtině. Tyto jevy interpretujeme skrze teorii didaktického kontraktu, jazykové diversity v matematice, van Hieleho model a Fischbeinův koncept. Diskutujeme dopady na práci učitele, na žákovské porozumění a na způsob, jakým může být AI produktivně integrována do výuky matematiky.

ÚVOD: JAZYKOVÁ CITLIVOST GEOMETRIE V DOBĚ AI

V posledních letech se generativní jazykové modely staly běžnou součástí školního i mimoškolního prostředí. Učitelé i žáci s nimi interagují téměř denně: jako s nástrojem pro rychlé vysvětlení pojmů, kontrolu výsledků, výklad postupu či převyprávění učiva. Tato dostupnost a plynulost jazykových výstupů však přináší vedle výhod i řadu rizik, která jsou v oblasti geometrie obzvláště výrazná.

Geometrie není pouze systémem tvarů a vztahů, ale také systémem pojmů, jejichž význam je zásadně zakotven v jazyce. Zatímco pojem „obdélník“ představuje v českém kontextu disjunktní kategorii „pravoúhelníků“ vedle kategorie „čtverec“, v angličtině je tomu trochu jinak: *rectangle*, který běžně překládáme jako „obdélník“, je nadřazený pojem, který zahrnuje i *square*. Tyto kulturně-kurikulární rozdíly mají zásadní dopad na to, jak žáci pojmy používají, jak je vykládají a jak rozumějí jejich vlastnostem.

Jak ukazují naše předchozí studie [7, 13, 18], LLM v českých úlohách systematicky přenášejí angloamerickou definici. Tento transfer není pouhou jazykovou chybou; odráží hlubší strukturu modelu, která je formována distribucí tréninkových dat a jazykových vzorců, jež v anglofonním světě dominují. Jazyk tak není jen „zprostředkovatelem“ matematiky, ale aktivním činitelem, jenž utváří samotnou

Received by the editors: 15.12.2025

2020 Mathematics Subject Classification: 97C50, 97C30, 97D20, 97G40, 97U50, 97U70

Keywords and phrases: Generativní jazykové modely, geometrie, didaktický kontrakt, jazyková diverzita, van Hieleho model, prototypové zkreslení.

podobu matematického obsahu, jak na to upozorňují Barwell [1] či Setati-Phakeng [16].

1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA

Jazyk jako součást matematického vědění. Matematické vědění není tvořeno pouze formálními strukturami, symbolickými zápisy a procedurami, ale je neoddělitelně spjato s jazykem, v němž je vyjadřováno, interpretováno a předáváno [1]. Jazyk v matematice neplní pouze komunikační funkci; je zároveň nositelem významu a prostředkem, kterým se matematické objekty konstituují [11]. V tomto smyslu nelze matematiku chápat jako jazykově neutrální systém: způsob, jakým jsou pojmy pojmenovány, strukturovány a vzájemně propojeny, ovlivňuje samotnou podobu matematického porozumění [16].

Tento aspekt je zvláště patrný v oblasti geometrie, kde jazyk přímo odráží klasifikační struktury a definiční tradice. Rozdíly mezi jazyky tak nejsou pouze terminologické, ale často i konceptuální. Typickým příkladem je pojem *lichoběžník*. Zatímco v angloamerické tradici je *trapezoid* obvykle definován jako čtyřúhelník s alespoň jednou dvojicí rovnoběžných stran, v českém školním kontextu je lichoběžník chápán užším způsobem jako čtyřúhelník s právě jednou dvojicí rovnoběžných stran. Tato odlišnost vede k rozdílným exkluzivním/inkluzivním vztahům mezi geometrickými útvary a ukazuje, že jazyk zároveň organizuje matematické kategorie.

Podobné napětí lze pozorovat i na úrovni lexikální, například v rozlišení *kruh–kružnice* v češtině, které v angličtině splývá pod jediným slovem *circle*. Tento rozdíl může vést k nejednoznačnostem v interpretaci a ukazuje, že význam matematických pojmů je vždy zasazen do konkrétního jazykového systému [9].

Tyto nezjevné jazykově podmíněné rozdíly se promítají do odpovědí LLM, protože jejich jazykové jádro je tvořeno dominantně anglofonními daty [5, 17]. Pokud jsou české definice odlišné, model je vnímá jako méně pravděpodobné. Geometrické vysvětlení je tedy volně „přepnuto“ do anglického režimu i tehdy, když otázka zní česky.

Z epistemologického hlediska lze matematické vědění rozlišit na několik složek, které jsou s jazykem úzce provázány: deklarativní (znalost definic a tvrzení), procedurální (znalost postupů a algoritmů) a konceptuální (porozumění vztahům mezi pojmy). Zatímco deklarativní složka je explicitně jazyková, konceptuální porozumění se opírá o schopnost interpretovat a propojovat různé jazykové reprezentace téhož objektu. Procedurální složka se může jevit jako méně jazykově závislá, avšak i zde jazyk hraje roli při popisu a zdůvodnění postupů. Jazyk tak prostupuje všechny složky matematického vědění a není možné jej od nich oddělit [14].

V kontextu LLM se tato skutečnost projevuje specifickým způsobem. Modely generují odpovědi na základě jazykových vzorců, což může vést k výstupům, které jsou formálně plynulé a terminologicky přesvědčivé, avšak obsahují nekonzistence, nepřesnosti nebo chybná zobecnění [15]. Jazyková forma zde může vytvářet dojem soudržnosti a správnosti, i když jednotlivé části výkladu nejsou vnitřně konzistentní nebo nekorespondují s ustálenými matematickými významy.

Didaktický kontrakt a autorita vysvětlení. Didaktický kontrakt [2] představuje soubor implicitních očekávání mezi učitelem a žákem o tom, co je v matematice považováno za legitimní otázku, přijatelný postup a platné vysvětlení. Tento kontrakt určuje nejen to, jaké odpovědi jsou přijímány jako „správné“, ale také kdo má právo tyto odpovědi poskytovat a interpretovat. Zavedením LLM do školní

praxe se tato dynamika radikálně mění [10]. Žák může považovat odpověď AI za stejně, či dokonce více spolehlivou než výklad učitele. Model formuluje svou odpověď sebejistě, bez váhání a s jazykovou elegancí, která může u méně zkušených žáků generovat představu objektivitu. Formální znaky „správné odpovědi“ se tak oddělují od jejího skutečného matematického obsahu.

LLM se dostává do pozice implicitního třetího aktéra, který může ovlivňovat interpretaci matematických pojmů, aniž by byl součástí sdíleného rámce pravidel a odpovědností. To vede ke kolizi: pokud AI nabízí vysvětlení v rozporu s českým kurikulem, učitel se ocitá v roli toho, kdo musí „opravovat autoritu“. Jak ukazují Pierce et al. [12], obdobná situace nastala při nástupu grafických kalkulaček – avšak v případě AI je intenzita problému vyšší. Jazykové modely totiž působí jako aktivní mluvčí a zdánlivě napodobují učitele, neboť používají dialogický formát, oceňují či povzbuzují.

Van Hiele, Fischbein a heuristické chování LLM. LLM ve své podstatě neprovádějí matematickou dedukci, ale generují text na základě statistických asociací. Tento mechanismus připomíná některé kognitivní jevy popsané ve výzkumu: žáci na nižších úrovních van Hieleho modelu [4] operují s geometrickými pojmy podle vizuální podobnosti, nikoli podle jejich vlastností, resp. definic. Fischbein [3] rozlišuje mezi formálním matematickým pojmem a jeho intuitivním obrazem, který si člověk vytváří na základě zkušenosti. Tento intuitivní (figurní) obraz má svou vlastní, často velmi silnou logiku a může se dostávat do konfliktu s přesnou matematickou definicí pojmu. Tím vysvětluje, proč žáci – a v našem případě i LLM – někdy přisuzují geometrickým útvarům vlastnosti, které z definice nevyplývají, ale vycházejí z jejich mentálních prototypů.

Kombinace těchto teoretických přístupů umožňuje dobře porozumět tomu, proč LLM dělají právě takové chyby, jaké ve studiích pozorujeme. Model totiž při generování odpovědi nepracuje s formální definicí geometrických pojmů, ale s jejich nejčastějšími jazykovými a vizuálními asociacemi, které v tréninkových datech dominují. Lze říci, že si neuvědoměle vytváří jakési „intuitivní prototypy“ čtyřúhelníků – například prototyp rovnoběžníku, který v běžných textech často vypadá jako tvar blízký čtverci či obdélníku. Následně k těmto prototypovým představám přiřazuje vlastnosti, které se statisticky jeví jako nejpravděpodobnější pokračování textu. To vede k chybám typu: rovnoběžníku je přisouzena osová souměrnost, protože prototypické „rovné“ tvary bývají symetrické; nebo obdélník automaticky „dědí“ vlastnosti čtverce, protože model spojuje oba pojmy skrze jejich časté souběžné výskyty. Jde tedy o důsledek intuitivní, nikoli definicemi řízené práce s pojmy.

2. STUDIE 1: PŘÍPAD ČTVERCE A OBDÉLNÍKU

První studie [7] byla navržena jako případová analýza jednoho z nejcitlivějších pojmů školské geometrie, totiž vztahu mezi čtvercem a obdélníkem. Tento vztah představuje zvláště vhodný objekt zkoumání, protože v sobě koncentruje jak jazykovou, tak kulturní a didaktickou rovinu. V českém prostředí se tradičně používá exkluzivní pojetí, v němž jsou obdélník a čtverec dvě odlišné kategorie spadající mezi „rovnoběžníky“ [8, 6]. Naproti tomu angloamerická tradice používá pojetí inkluzivní, kde je čtverec speciálním případem obdélníku=rovnoběžníku („rectangle“). Tato odlišnost není pouze formálním detailem; ovlivňuje způsob, jakým se

pojmy zavádějí, jak jsou interpretovány vlastnosti a jak žáci rozumějí hierarchii kategorií.

Cílem studie bylo zjistit, zda jazykové modely dokážou pracovat s českou definicí obdélníku, nebo zda automaticky přenášejí anglofonní pojetí. Každému z testovaných modelů (ChatGPT 3.5, GPT-4, Claude 3, Gemini, Copilot Quick, Copilot Deep a Mistral) byly položeny čtyři varianty otázky, vždy v češtině i v angličtině: „Je čtverec obdélník?“, „Může mít obdélník všechny strany stejné?“, „Může mi vyjít čtverec, když se ptají na obdélník?“ a žádost o vysvětlení vztahu obou pojmů. Po každé sérii následoval doplňující dotaz na posouzení společných a rozdílných vlastností a kulturně orientovaná otázka „Souhlasil by s tím učitel matematiky v České republice?“.

Ve všech případech modely důsledně prezentovaly inkluzivní (anglické) pojetí a v žádné z generací se neobjevila spontánní reflexe odlišnosti českých definic. Výsledky byly překvapivě stabilní napříč modely i jazyky. Zatímco v angličtině poskytovaly modely většinou konzistentní vysvětlení, v češtině se objevovaly vnitřní rozpory v rámci jediné odpovědi: model například nejprve uvedl, že „obdélník nemůže mít všechny strany stejně dlouhé“, čímž implicitně přijal české exkluzivní pojetí, a vzápětí doplnil, že „čtverec je speciální obdélník“, což je typické anglo-americké vymezení. Tento rozpor mezi návazností vět je signálem toho, že model nepracuje s formálním matematickým pojmem, ale s jazykovou pravděpodobností, která vyplývá z jeho tréninkových dat.

Za pozornost stojí také reakce modelů na otázku zaměřenou na kulturní kontext. Na dotaz „Souhlasil by s tím učitel matematiky v České republice?“ odpovídaly modely zpravidla kladně, ačkoli jejich výklad byl v rozporu s českým kurikulem. Tento jev lze interpretovat jako absenci mechanismu, který by LLM umožnil identifikovat kulturní nebo kurikulární rozdíly v definicích. Modely tedy předpokládají univerzální význam matematických pojmů, což je v rozporu se znalostmi o jazykové a kulturní diverzitě matematiky [1, 16]. Zároveň jde o rizikový aspekt z hlediska didaktického kontraktu: AI působí sebejistě i v situacích, kdy žákům nabízí obsah, který je v místním kurikulu nesprávný.

Studie 1 tak přináší dva zásadní závěry. Zaprvé, LLM ve své aktuální podobě neumí rozlišovat kulturní varianty pojmů a implicitně předpokládají anglofonní standard. Zadruhé, jejich jazykové mechanismy, které vytvářejí iluzi odborné konzistence, maskují vnitřní rozpory. Tyto rozpory nemusí být na první pohled patrné, avšak mohou být pro žáky matoucí: AI tak může posilovat intuitivní, prototypové představy, které odporují formálním definicím. To dále podtrhuje potřebu didaktické intervence ze strany učitele, který musí žákům pomoci orientovat se v různých jazykových a kulturních vymezeních matematických pojmů.

3. STUDIE 2: ROZSÁHLÁ ANALÝZA 480 ODPOVĚDÍ

Druhá studie [13, 18] měla za cíl zachytit chování velkých jazykových modelů v širším a koncepčně rozmanitém spektru geometrických situací. Zatímco Studie 1 se soustředila na jediný, avšak didakticky klíčový případ vztahu mezi čtvercem a obdélníkem, Studie 2 se snažila postihnout širší pojmových oblastí, v nichž může docházet k nedorozuměním či systematickým zkreslením. Zahrnuli jsme proto celkem čtyřicet úloh, které reprezentovaly různé části elementární geometrie: klasifikaci mnohoúhelníků a těles, vlastnosti čtyřúhelníků, práci s kružnicí, problematiku symetrií a konvexity, úlohy o charakteristických přímkách v trojúhelníku, průniky

útvárů i vybrané vztahy mezi rovinnými konstrukcemi. Každá úloha byla položena v české i anglické verzi, což umožnilo sledovat vliv jazyka zadání na kvalitu odpovědi. Celkově tak bylo analyzováno 480 odpovědí šesti modelů.

Analýza odpovědí LLM ukazuje, že napříč různými modely vznikající chyby nejsou nahodilé, ale vykazují opakující se struktury. Na základě předchozích studií [13, 18] i současné analýzy lze tyto chyby systematizovat do několika základních kategorií, které odrážejí různé mechanismy narušení matematického významu.

Terminologické záměny. Jednou z kategorií byly záměny blízkých nebo formálně příbuzných pojmů. Jeden z modelů zaměnil opsanou a vepsanou kružnici, což je jev, který skýtá zajímavé srovnání s žákovskou populací: zatímco žákovská záměna se často opírá o vizuální podobnost (kružnice nakreslená „zvenku“ nebo „zevnitř“ [4]), jazykové modely vycházejí ze statistické blízkosti obou termínů v textových datech. Podobné jevy se týkaly také souměrnosti – modely třeba připisovaly obecnému rovnoběžníku osovou souměrnost. Tyto chyby lze interpretovat jako důsledek používání intuitivních prototypů: rovnoběžník je v běžném diskurzu často zobrazován jako tvar blízký kosočtverci či obdélníku, které souměrné jsou.

Velmi výraznou oblastí potíží byla také geometrie těles. Modely například uváděly, že kužel má mnohoúhelníkovou základnu, případně že hranol může mít „kruhovou podstavu“, což představuje smíšení pojmů charakteristických pro různé třídy těles. Méně častým projevem tohoto typu chyb pak byla konstrukce neexistujících objektů jako např. „různoběžný trojúhelník“. Zdá se, že zde modely pracují s obecnými textovými asociacemi.

Definiční chyby. Další významná skupina chyb souvisela s přenosem anglických definic do českého prostředí. To se projevovalo například při klasifikaci čtyřúhelníků. Některé modely v českém kontextu chybně tvrdily, že rovnoběžník je typ lichoběžníku, což je výrok odpovídající americkému inkluzivnímu pojetí, nikoli české definici, podle níž má lichoběžník právě jednu dvojici rovnoběžných stran [6]. Tento typ chyby je zvláště nebezpečný, protože jde o kulturně podmíněné vybočení: v angličtině by odpověď byla považována za správnou, zatímco v české výuce se jedná o chybu. Vzniká tak situace, kdy model není schopen přepnout se mezi dvěma matematicko-jazykovými světy a nabízí žákovi konceptuální rámec, který je v rozporu s jeho kurikulem.

Zvláštní pozornost si zaslouží také chyby při popisu průniků útvarů. Modely například nesprávně uváděly, že kružnice a přímka se mohou protínat ve třech bodech. V některých odpovědích modely rovněž zaměňovaly průnik kružnic s průnikem kruhů, což opět odkazuje k jazykovým rozdílům: angličtina pracuje se slovem *circle* mnohem volněji, zatímco čeština samozřejmě striktně rozlišuje kruh a kružnici.

Prototypové zkreslení. Druhou skupinu tvoří chyby založené na zobecnění z typických reprezentací geometrických útvarů. Model přiřazuje vlastnosti, které platí pouze pro speciální případy, celé třídě objektů, resp. implicitně pracuje se specifickým umístěním myšleného objektu. Například se objevují výroky, že „rovnoběžník má osu/osy souměrnosti“, resp. že „obdélník má svislou a vodorovnou osu souměrnosti“. Takové zobecnění odpovídá situaci, kdy je význam pojmu odvozován z jeho prototypické reprezentace [3], nikoli z formální definice. Tento mechanismus byl identifikován napříč modely i úlohami [13, 18].

Logické nekonzistence a věcné chyby. Specifickým projevem pravděpodobnostního generování textu jsou pak odpovědi obsahující vnitřní logické rozpory, resp. věcné chyby, např. „Obdélník má sousední strany různě dlouhé. Čtverec je speciálním případem obdélníku.“, resp. „každá přímka procházející těžištěm rozděluje trojúhelník na dva trojúhelníky se stejným obsahem“. Takové nekonzistence často nevznikají jako izolované chyby, ale jako důsledek generování textu bez globální kontroly významové soudržnosti. Výsledný text může působit plynule, avšak při bližší analýze se ukazuje jako vnitřně rozporný [18].

Při pohledu na srovnání mezi jazyky se ukázalo, že modely vykazují systematicky nižší přesnost v češtině než v angličtině. Nejedná se přitom pouze o chyby způsobené odlišností definic, jak tomu bylo u vztahu čtverce a obdélníku, ale i o chyby lokální povahy, jako je nesprávné použití terminologie, vynechání klíčových podmínek nebo neschopnost rozlišit mezi úlohou, která se ptá na vlastnost všech prvků dané třídy, a úlohou, která se ptá na možnost existence určitého případu. Tato jazyková asymetrie pravděpodobně odráží rozdíl v množství a kvalitě tréninkových dat: angličtina je ve velkých korpusech nesrovnatelně lépe zastoupena než čeština, a tudíž se modely opírají o širší a stabilnější síť významových asociací.

Studie 2 tak poskytuje obraz hlubší a obecnější než Studie 1. Ukazuje, že zejména v českém prostředí nedochází k systematickému ukotvení geometrických pojmů v modelových reprezentacích. Chyby LLM nejsou pouze důsledkem náhodné halucinace či nedostatečné jazykové podpory; často představují strukturální vybočení vyplývající z prototypového uvažování, jazykových posunů, kulturních rozdílů a absence definicemi řízeného myšlení. Tyto závěry posilují interpretaci, že současné jazykové modely sice dokáží generovat zdařilá a jazykově bohatá vysvětlení, avšak jejich matematická věrohodnost závisí na míře souladu mezi tréninkovými daty a lokální didaktickou tradicí.

4. DISKUSE: CO VÝSLEDKY ZNAMENAJÍ PRO VÝUKU A PRO UČITELE

Analýza obou studií ukazuje, že omezení současných LLM v geometrii nespočívá pouze v tom, že někdy přenášejí angloamerické definice do českého prostředí. Podstatnější je skutečnost, že modely obecně nedokážou rozlišit, kdy je třeba opřít se o formální matematickou definici a kdy postačují intuitivní modely. Proto se v jejich odpovědích neobjevují jen terminologické nepřesnosti, ale také věcné chyby, zejména v oblasti symetrií, konvexity, průniků útvarů nebo vlastností mnohoúhelníků a těles. Tyto chyby přitom odpovídají čtyřem základním mechanismům popsaným výše: definičním chybám, prototypovému zkreslení, terminologickým změnám a věcným a logickým nekonzistencím. To je důsledek toho, že model pracuje s pravděpodobnými jazykovými vzorci a nevyvozuje svá tvrzení logicky ze správně ukotvených předpokladů.

Z hlediska výuky je důležité, že jazyková plynulost modelu může tyto slabé stránky zakrýt. Odpověď často působí jako odborná, i když není obsahově konzistentní. Jazyková přesvědčivost modelu však neodpovídá epistemické spolehlivosti jeho výstupů. Dochází tak k oddělení jazykové autority od matematické validity, což je z hlediska výuky zásadní posun. Učitel proto nemůže přenechat matematickou autoritu LLM, ale musí s ním pracovat jako se zdrojem, který je třeba kriticky interpretovat a ověřovat. Modely mohou poskytovat užitečné formulace či příklady,

ale nelze očekávat, že spolehlivě zachytí všechny podmínky a výjimky, které jsou pro přesné pojetí geometrických pojmů podstatné.

Současně však právě tato nedokonalost může být ve výuce produktivní. Chyby LLM lze využít jako podnět k diskusi: žáci mohou porovnávat výstupy LLM s formální definicí, hledat rozpory a zkoumat, proč určité tvrzení neplatí. V tomto smyslu lze práci s odpověďmi AI chápat jako příležitost k rozvoji hlubokého porozumění matematickým jevům. Na úrovni deklarativní znalosti žáci ověřují správnost definic a tvrzení, na úrovni procedurální sledují, zda jsou jednotlivé kroky odvození legitimní, a na úrovni konceptuální se učí chápat vztahy mezi pojmy a podmínky, za nichž daná tvrzení platí. Takové činnosti vedou žáky k aktivní práci s významem matematických pojmů, nikoli pouze k pasivnímu přijímání jazykově přesvědčivého výkladu. Učitel v této situaci vystupuje jako ten, kdo vede žáky k ověřování a k odlišování intuitivních představ od matematicky přesných vztahů. Tento požadavek se může u mladších žáků jevit jako troufalý. Avšak u studentů učitelství je naopak rozvoj popsanych dovedností nutností.

Praktická doporučení, která z výsledků vyplývají, lze shrnout následovně: (1) odpovědi modelu je vždy nutné konfrontovat s definicemi v učivu, (2) je vhodné upozorňovat žáky na různé typy chyb, které se v odpovědích AI objevují – nejen na chyby definiční, ale i na terminologické, prototypové a logické nekonzistence, a (3) je užitečné využívat model jako prostředek k rozvoji kritického myšlení. Pokud žáci vidí, že plynule formulovaná odpověď nemusí být pravdivá, může to přispět k posílení jejich schopnosti pracovat přesně s pojmy a argumenty.

ZÁVĚR

Generativní jazykové modely přinášejí do výuky geometrie nové možnosti, ale také nové výzvy. Ukázali jsme, že chyby, které v odpovědích modelů vznikají, nejsou izolované, nýbrž strukturální. Vyplývají z jazykového charakteru tréninku, z absence formálního pojmového aparátu a z kulturních rozdílů mezi anglofonní a českou tradicí výuky geometrie.

Výsledky této studie tak ukazují, že problém LLM ve výuce matematiky nespočívá pouze v jednotlivých chybách, ale ve způsobu, jakým tyto chyby vznikají. Nejde o selhání jednotlivých odpovědí, ale o strukturální vlastnost jazykově generovaných vysvětlení, která nejsou ukotvena v definičním systému kurikula. To klade nové nároky na učitele i na samotné pojetí matematického porozumění ve škole.

Pro budoucí výzkum považujeme za zásadní zkoumat mechanismy jazykového přenosu, vytvořit nástroje pro lokální adaptaci LLM a především podpořit učitele v tom, aby dokázali s AI ve třídě pracovat jako s epistemickým objektem a tím rozvíjeli potřebnou odolnost žáků vůči zdánlivé autoritě AI.

LITERATURA

- [1] Barwell, R. et al. (2021). *Mathematics Education and Language Diversity*. Springer.
- [2] Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Springer.
- [3] Fischbein, E. (1993). The theory of figural concept. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139–162.
- [4] van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight*. Academic Press.
- [5] Lai, V. D., Ngo, N. T., Pouran Ben Veyseh, A., Man, H., Dernoncourt, F., Bui, T., & Nguyen, T. H. (2023). ChatGPT beyond English: Towards a comprehensive evaluation of large language models in multilingual learning. In *Findings of the Association for Computational Linguistics: EMNLP 2023* (pp. 13171–13189). Association for Computational Linguistics. <https://doi.org/10.18653/v1/2023.findings-emnlp.881>

- [6] Moravcová, V., & Hromadová, J. (2021). *Základy planimetrie pro učitelské studium*. MatfyzPress.
- [7] Krátká, M., Přibyl, J., & Tichá, M. (2025). AI in the Classroom: Didactical Misalignments in Geometry Between Czech and Anglo-Saxon Contexts. In *Proceedings of 24th European Conference on e-Learning*. Academic Conferences International Limited. pp. 226–235.
- [8] Mikulčák, M. (2025). *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce*. 5th ed. Praha: Prometheus.
- [9] Mpalami, N. (2022). Complexities of translating mathematics tasks from English to learners' home languages. *Pythagoras*, 43, 1, a560. doi:10.4102/pythagoras.v43i1.560
- [10] Pepin, B., Buchholtz, N., & Salinas-Hernández, U. (2025). A scoping survey of ChatGPT in mathematics education. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 11, 9–41.
- [11] Planas, N., & Setati-Phakeng, M. (2014). On the process of gaining language as a resource in mathematics education. *ZDM – Mathematics Education*, 46, 883–893. doi:10.1007/s11858-014-0610-2
- [12] Pierce, R., Stacey, K., & Wander, R. (2010). Examining the didactic contract when handheld technology is permitted. *ZDM Mathematics Education*, 42, 683–695.
- [13] Přibyl, J., Krátká, M., & Tichá, M. (2025). When AI Teaches Geometry Wrong: Systematic Errors in LLM-Generated Explanations and Their Educational Risks. In *ICERI 2025 Proceedings, 18th annual International Conference of Education, Research and Innovation*. (pp. 4760–4769). DOI: <https://doi.org/10.21125/iceri.2025.1357>
- [14] Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review*, 27, 4, 587–597. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>
- [15] Saito, K., Wachi, A., Wataoka, K., & Akimoto, Y. (2023). Verbosity bias in preference labeling by large language models. Preprint. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2310.10076>
- [16] Setati-Phakeng, M., & Moschkovich, J. (2013). Mathematics Education and Language Diversity. *JRME*, 44(1), 119–128.
- [17] Singh, S., Romanou, A., Fourrier, C., Adelani, D. I., Ngui, J. G., Vila-Suero, D., Limkonchotiwat, P., Marchisio, K., Leong, W. Q., Susanto, Y., Ng, R., Longpre, S., Ruder, S., Ko, W.-Y., Bosselut, A., Oh, A., Martins, A. F. T., Choshen, L., Ippolito, D., Ferrante, E., Fadaee, M., Ermis, B., & Hooker, S. (2025). Global MMLU: Understanding and addressing cultural and linguistic biases in multilingual evaluation. In *Proceedings of the 63rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics* (pp. 18761–18799). Association for Computational Linguistics.
- [18] Tichá, M., Přibyl, J., & Krátká, M. (2025). English-Czech Output Bias in LLMs: A Geometry-Based Case Study. *Proceedings of the 5th International Conference on AI Research (ICAIR 2025)*. Vol. 5 No. 1. pp. 518–528. DOI: <https://doi.org/10.34190/icaire.5.1.4326>

KATEDRA MATEMATIKY, PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA, UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ, ÚSTÍ NAD LABEM

Email address: magdalena.kratka@ujep.cz