

GEOMETRICKÁ MÍSTA BODŮ V MATEMATICE ZŠ

MGR. JITKA NOVÁKOVÁ

ABSTRAKT. S kvalitní výukou geometrie se musí začít již na základní škole. Žáci by se měli naučit pracovat s geometrickými místy bodů, používat přesné matematické zápisy. K získání těchto kompetencí jim pomáhají pracovní listy vytvořené v programu GeoGebra. Umožňují frontální výklad učitele, samostatnou práci žáků, ověřování získaných znalostí. Jsou přizpůsobeny různým úrovním žáků ve třídě, učitel volí obtížnost podle daného složení třídy.

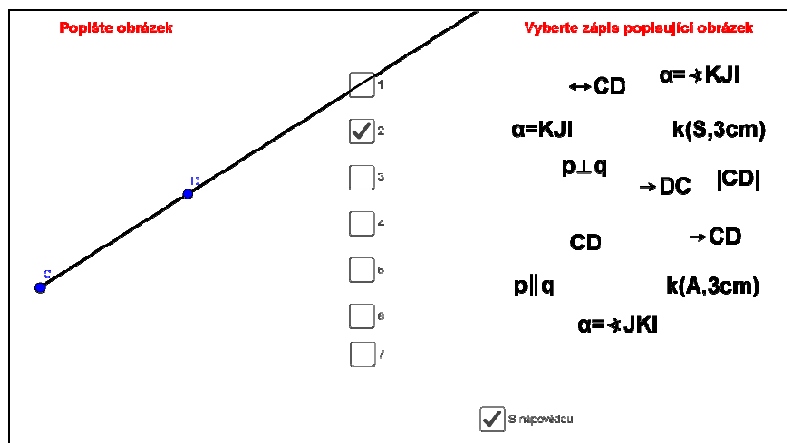
ÚVOD

Geometrie nepatří u většiny žáků k oblíbeným oblastem matematiky. Největší potíže jim činí konstrukční úlohy. Není možné se je naučit z paměti. Žák by měl úlohu rozumět, vědět, co má dělat, ale hlavně proč to má dělat. Správný postup řešení konstrukční úlohy by se měli žáci naučit již na základní škole. Znat geometrická místa bodů, naučit se používat přesné matematické zápisy. Tady je pravděpodobně onen „zakopaný pes“. Dost často se učitelé na základní škole věnují těmto nácvikům pouze okrajově, žáci je nemají zažité a úlohám pak nerozumí. Proto jsem sestavila sadu pracovních listů v programu GeoGebra, které pomohou žákům do geometrie snadněji proniknout. Ke tvorbě těchto pracovních listů mě inspiroval citát o správné výuce: „Prozradit žákům něco, na co mohou přijít sami, není pouze špatný způsob výuky, je to přímo zločin.“ Listy jsou tvořeny tak, aby s jejich pomocí přivedl vyučující žáky k naformulování nového poznatku. Žáci mohou pracovat s obrázky také samostatně na počítači a objevovat tak probírané téma zcela bez pomoci učitele. Listy jsou sestavené s ohledem na odlišné úrovně žáků ve třídě. Vyučující volí obtížnost podle schopností žáka, který bude s listem pracovat.

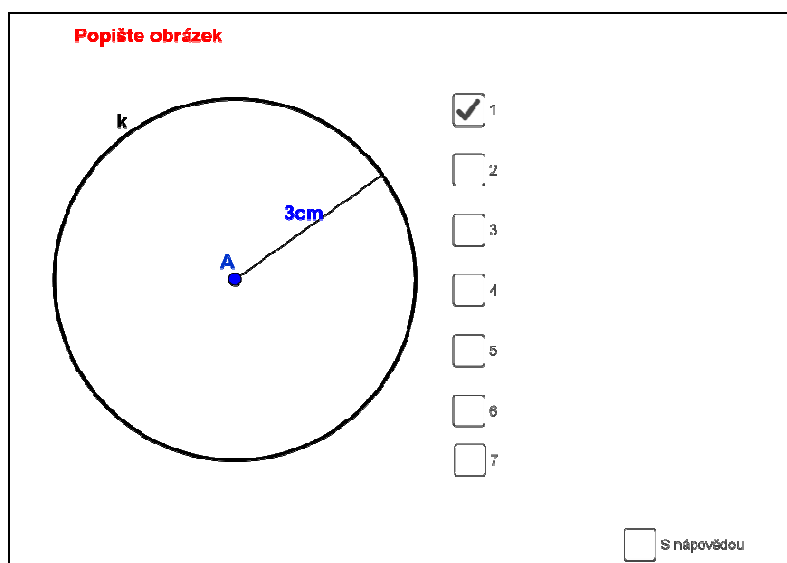
1. MATEMATICKÉ ZÁPISY

1.1. Matematické symboly

Žák by měl pochopit, že určitou konstrukci jde narysovat, slovně popsat a zapsat pomocí matematických symbolů. K tomu slouží několik pracovních listů. Začnu tím nejjednodušším (obr. 1). Pomocí zaškrtávacích políček se postupně zobrazují základní geometrické prvky a vztahy (kružnice, úsečka, přímka, polopřímka, úhel, rovnoběžky, kolmice). Žák podle pokynu na obrázku přiřadí k jednotlivým políčkům správný popis výběrem z nabídky. Pracovat může individuálně na počítači, nebo pod vedením učitele na dotykové tabuli. Pokud má učitel k dispozici pouze počítač s dataprojektorem, promítá postupně jednotlivé obrázky a žáci pracují do sešitu. Náповěda může zůstat i skryta a žák píše popis na tabuli, nebo do sešitu. (obr. 2). Pracovní list slouží k procvičování a ověřování znalostí, k individuálnímu i plošnému užití.



OBRÁZEK 1. Popis s nápovědou



OBRÁZEK 2. Popis bez nápovědy

1.2. Popis konstrukce

Další pracovní list slouží k nácvičení propojení mezi konstrukcí, jejím slovním popisem a matematickým zápisem. Jedná se o ukázkou popisu konstrukce jednoduché úlohy (obr. 3). Na pracovní ploše se pohybem posuvníku postupně vytváří celá konstrukce. Současně s ní se objevuje slovní popis i matematický zápis. Pomocí zaškrtačích políček je možné jednotlivé složky skrýt. Například nechat pouze matematický zápis, podle kterého žák rýsuje konstrukci (obr. 4).

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: $c=3.9\text{cm}$; $a=3.6\text{cm}$; $v_c=2.9\text{cm}$

Konstrukce **Pohybujte posuvníkem** Matematický zápis Slovní popis

1) AB; $|AB| = 3.9\text{cm}$ Úsečka AB délky 3.9cm
 2) k; $k(B; 3.6\text{cm})$ Kružnice k se středem B a poloměrem 3.6cm.
 3) p; $p \parallel AB$ ve vzdálenosti 2.9cm Přímka p, rovnoběžná s úsečkou AB ve vzdálenosti 2.9cm
 4) C; $C \in kp$ Bod C leží v průniku přímky p a kružnice k

OBRÁZEK 3. Popis konstrukce jednoduché úlohy

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: $c=3.9\text{cm}$; $a=3.6\text{cm}$; $v_c=2.9\text{cm}$

Konstrukce **Pohybujte posuvníkem** Matematický zápis Slovní popis

1) AB; $|AB| = 3.9\text{cm}$
 2) k; $k(B; 3.6\text{cm})$
 3) p; $p \parallel AB$ ve vzdálenosti 2.9cm
 4) C; $C \in kp$
 5) $\triangle ABC$
 6) $\triangle ABC'$

OBRÁZEK 4. Konstrukce podle matematického zápisu

Také v případě tohoto pracovního listu je možná individuální práce s počítačem (schopný žák může konstrukci sestavit přímo v GeoGebře), užití dotykové tabule nebo práce v sešitě na základě dataprojektorem promítnutého obrázku. Náročnost úkolu volí vyučující vhodnou kombinací zakrytých složek.

2. GEOMETRICKÁ MÍSTA BODŮ

První pracovní list (obr. 5) seznámí žáky se způsobem práce s tímto typem pracovních listů. Zaškrťovacím políčkem necháme zobrazit matematický zápis a nápovědu. Hledáme požadovanou polohu bodu X. Pomůže posunutí úsečky AB tak, aby bod B ležel na přímce p. Pokud je bod X v hledané poloze, zůstane po něm stopa. Žáci tímto způsobem objeví geometrická místa bodů požadované vlastnosti (obr. 6). Poté se zaškrtnutím políčka *Řešení* zobrazí množina hledaných bodů a její slovní popis (obr. 7).

Určete množinu všech bodů X, které mají od přímky p vzdálenost $d = |AB|$

Matematický zápis $P = \{X; |Xp| = d = |AB|\}$

Návod: Pokuste se na jít polohu bodu X, aby splňoval podmínku. Pohybovat můžete body A a X.

Řešení

Smazat body

OBRÁZEK 5. Úvodní úloha

Určete množinu všech bodů X, které mají od přímky p vzdálenost $d = |AB|$

Matematický zápis $P = \{X; |Xp| = d = |AB|\}$

Návod: Pokuste se na jít polohu bodu X, aby splňoval podmínku. Pohybovat můžete body A a X.

Řešení

Smazat body

OBRÁZEK 6. Hledání jednotlivých bodů

Určete množinu všech bodů X, které mají od přímky p vzdálenost $d = |AB|$

Matematický zápis $P = \{X; |Xp| = d = |AB|\}$

Nápowěda Pokuste se na jít polohu bodu X, aby splňoval podmínku. Pohybovat můžete body A a X.

Rešení Množina bodů, které mají od přímky p vzdálenost d, jsou dvě přímky q a q', rovnoběžné s přímkou p.

Smazat body

OBRÁZEK 7. Zobrazené řešení

Do pracovního listu je možné vložit i postupný popis konstrukce (obr. 8)

Určete množinu všech bodů X, které mají od dvou různých bodů A,B stejnou vzdálenost.

konstrukce zobrazit zadání

Pohybuje posuvníkem k

$k_1 = (A, r), k_2 = (B, r)$

$F, G \in k_1 \cap k_2$

$O \leftrightarrow FG$

Pohybem posuvníku r měňte velikost poloměru r.

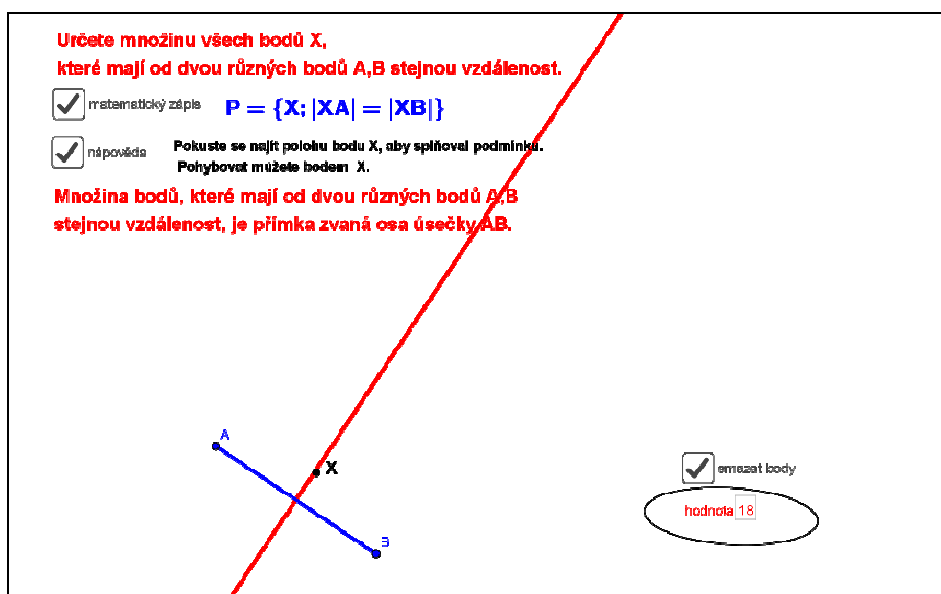
$r = 2.1$

smazat body

OBRÁZEK 8. Postupné zobrazení konstrukce

Mají-li s tímto listem pracovat žáci samostatně, musíme zajistit, aby nepoužili místo hledání bodů pouze tlačítko řešení. K tomu slouží pole hodnota. Po zadání hodnoty 18 se objeví řešení (obr. 9). Správnou hodnotu prozradí učitel až ve chvíli, kdy žáci hledanou množinu bodů objeví. Po zadání hodnoty 8 se zobrazí postup konstrukce. Je málo pravděpodobné, že by žáci hodnoty 18 a 8 náhodně odhalili. Já je vybrala proto, že

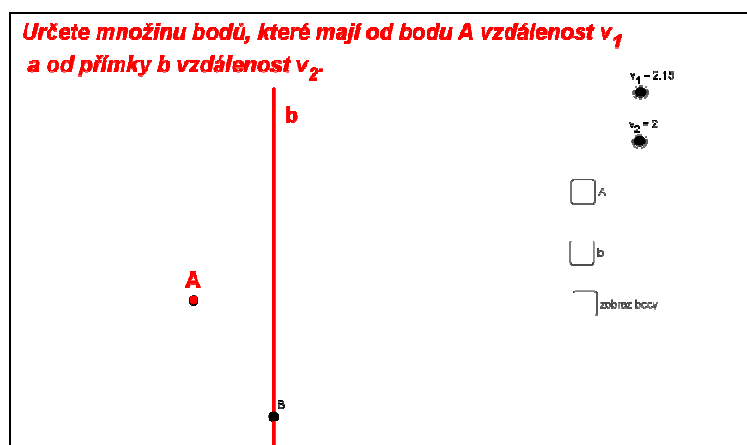
představují datum mého narození ☺. Pro zkušeného uživatele GeoGebry není problém čas od času hodnoty změnit.



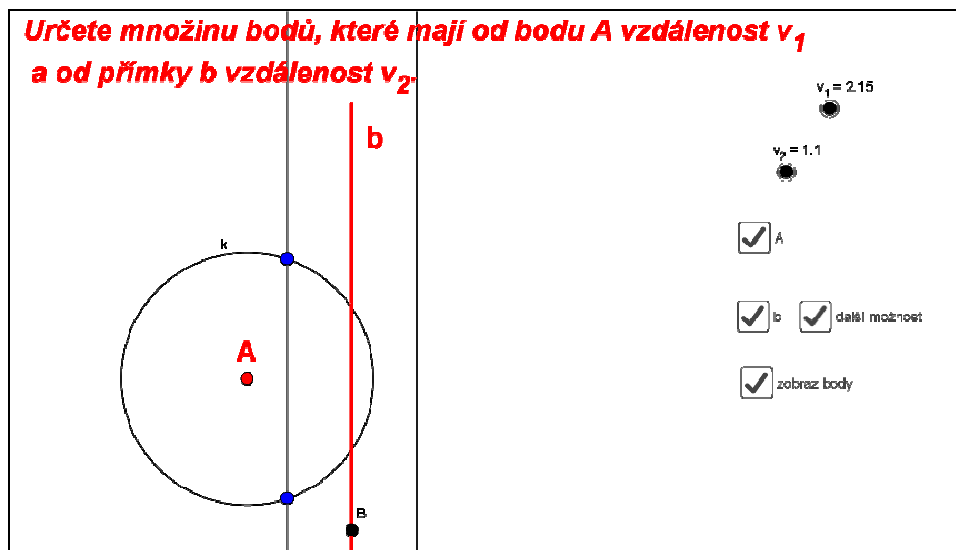
OBRÁZEK 9. Pole pro vložení hodnoty

3. ÚLOHY ŘEŠENÉ POMOCÍ GEOMETRICKÝCH MÍST BODŮ

Následující pracovní list je vhodný pro dotykovou tabuli (obr. 10). Žák pracuje pod vedením učitele, odpovídá na jeho otázky. Po správné odpovědi učitel nechá zobrazit popsany krok úlohy (obr. 11).



OBRÁZEK 10. Zadání úlohy na dotykové tabuli



OBRÁZEK 11. Postupné zobrazování řešení

Po vytvoření řešení vede učitel s žákem diskuzi o možném počtu řešení. Žák zkouší určený počet řešení na tabuli vymodelovat. Všechny objekty je možné pohybovat, měnit může i parametry pomocí posuvníku. Záleží na něm, jaký postup zvolí.

ZÁVĚR

Ve svém příspěvku jsem se pokusila ukázat různé možnosti využití GeoGebry ve výuce geometrie na ZŠ. Pracovní listy jsou jednoduché, snadno s nimi pracuje učitel i žák. Nevyžadují hlubší znalost GeoGebry, proto je možné jejich používání bez předchozí výuky GeoGebry. Listy s úspěchem využívám i při individuálních hodinách integrovaného žáka. Jsou většinou zaměřené na podporu slabších žáků, ale mohou rozvíjet i žáky šikovné. K jejich použití stačí v krajním případě pouze učitelské PC a dataprojektor. Doufám, že se mi pomocí těchto listů podaří zlepšit znalosti žáků v oblasti geometrie.

REFERENCE

- [1] <http://www.geogebra.org>, oficiální stránka programu GeoGebra

ADRESA AUTORA; ZŠ A MŠ SEPEKOV, SEPEKOV 238, ČESKÁ REPUBLIKA
 E-mail address : zs.sepekov.novakova.j@centrum.cz