

## VÝUKA MATEMATIKY V PROSTŘEDÍ DIGITÁLNÍCH TECHNOLOGIÍ

JARMILA ROBOVÁ

**ABSTRAKT.** Článek je věnován aktuálním problémům využívání digitálních technologií ve výuce matematiky, a to zejména na středoškolské úrovni. První část je zaměřena na roli učitele ve výuce podporované technologiemi a na jeho znalosti, které jsou nezbytné pro rozvíjení dovedností a vědomostí žáků v digitálním prostředí. Druhá část se zabývá integrací technologií z pohledu žákova učení s důrazem na rozvíjení žákovských vědomostí a kompetencí potřebných pro účelné využívání technologií v matematice. Součástí článku jsou konkrétní příklady integrace programu GeoGebra ilustrující uváděné jevy a problémy.

### ÚVOD

Digitální technologie se staly nedílnou součástí vzdělávání ve školách, využívají se ve výuce řady školských předmětů včetně matematiky. Nepočítáme-li kapesní kalkulátory, pak nejčastěji se na základních a středních školách jedná o klasické počítače vybavené vhodným software, ke kterým patří zejména program dynamické geometrie GeoGebra, případně Excel, dále to jsou interaktivní tabule, tablety a také různé internetové online zdroje.

Současná vybavenost českých základních i středních škol počítači se blíží evropskému průměru [1], [2]. Většina škol je vybavena jednou až třemi učebnami (dle velikosti školy), které jsou především určeny pro výuku ICT předmětů a které umožňují aktivní práci žáků s technologiemi, přičemž necelá třetina škol má k dispozici mobilní učebny, ve kterých žáci pracují s notebooky či tablety. I když se situace jeví z hlediska vybavenosti škol jako uspokojivá, stále patří k faktorům, které nejvíce brání intenzivnějšímu využívání technologií ve výuce, nedostatečné počítačové vybavení [3], [5]. To je zřejmě dáno jednak zastaráváním hardware, jednak tím, že v posledních letech se zvyšují nároky žáků i učitelů na dostupnost a kvalitu počítačového vybavení.

K základním předpokladům efektivního využívání technologií ve školách patří nejen dobrá vybavenost škol technologiemi, ale zejména znalosti a dovednosti učitelů z hlediska integrace digitálních technologií.

Podle šetření České školské inspekce se ICT dovednosti učitelů postupně zlepšují. Dobré znalosti učitelů z této oblasti se však při praktickém využití technologií ve vzdělávání žáků projevují v menší míře, neboť prostředky ICT nebývají využity buď vůbec, nebo slouží většinou k demonstračním předkládaného učiva, jak ukazují tabulky na obr. 1 a obr. 2.

Z hlediska jednotlivých školských předmětů, kromě předmětů ICT, se digitální technologie využívají nejčastěji v přírodovědných předmětech [1]. Zařazování technologií do výuky matematiky není tak běžné, jakou tomu je u přírodovědných předmětů, což ukázalo i mezinárodní šetření počítačové a informační gramotnosti

---

*Date:* 16. 1. 2018.

*Key words and phrases.* Digitální technologie, výuka matematiky, role učitele, vědomosti a dovednosti žáků.

**Tabulka č. 32 Využití ICT techniky v hodině – podíl hodin (v %)**

Způsob využití	ZŠ celkem	1. stupeň	2. stupeň
Jednoduchá prezentace učiva vyučujícím za využití ICT	24,6	19,6	31,1
Využití speciálního softwaru vyučujícím bez přímého užití žáky	5,6	5,0	6,4
Využití speciálního softwaru některými žáky	9,3	11,3	6,9
Využití speciálního softwaru všemi žáky	7,1	8,2	5,8
ICT nebylo využito	33,2	36,6	28,8
ICT prostředky nebyly k dispozici	24,1	23,4	24,9

OBRÁZEK 1. Využití ICT ve výuce na ZŠ; zdroj [1].

**Tabulka č. 52 Využití ICT techniky v hodině (v %)**

	SŠ celkem	G	SOVm	SOVz	Konz.
Jednoduchá prezentace učiva vyučujícím za využití ICT	36,9	33,9	38,0	43,0	7,6
Využití speciálního softwaru vyučujícím bez přímého užití žáky	4,9	6,7	4,6	3,1	5,0
Využití speciálního softwaru některými žáky	3,4	5,0	3,1	1,8	3,4
Využití speciálního softwaru všemi žáky	7,6	4,8	9,5	6,9	0,8
ICT nebylo využito	32,8	34,0	32,3	27,9	59,7
ICT prostředky nebyly k dispozici	19,7	19,9	19,5	19,3	25,2

OBRÁZEK 2. Využití ICT ve výuce na SŠ; zdroj ČŠI; zdroj [1].

ICILS 2013. Podle jeho výsledků se digitální technologie ve výuce matematiky v osmých ročnících využívaly nejméně ze zkoumaných předmětů [2].

Na výuku matematiky s podporou technologií můžeme nahlížet z různých úhlů pohledu, například jaký hardware a software je nejčastěji používán, jaké vyučovací metody se uplatňují a které typy úloh se řeší. V další části se však zaměříme na roli učitele matematiky ve výuce podporované technologiemi a také na rozvíjení vědomostí a dovedností žáků v prostředí technologií.

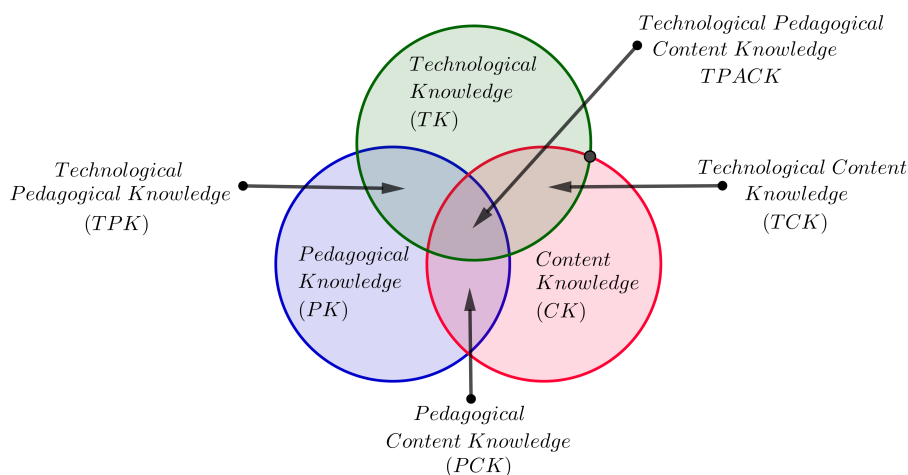
## 1. ROLE UČITELE VE VÝUCE PODPOROVANÉ TECHNOLOGIEMI

V průběhu staletí prošla role učitele matematiky řadou změn. Zjednodušeně můžeme říci, že v období starověku a částečně i středověku byl učitel matematiky především sám matematikem, který se zabýval matematikou jako vědou a který předával matematické poznatky svým žákům. Postupem času byly na učitele kladeny další požadavky, a to zejména pod vlivem rozvoje teorií vzdělávání a v souvislosti se školskými reformami; docházelo tak k profesionalizaci role učitele.

V současné době je odbornou mezinárodní komunitou uznáváno členění profesních znalostí učitele na znalosti oboru, tj. matematiky (*content knowledge*, CK, resp. *mathematical content knowledge*, PCK), jak uvádí Vondrová et al. [19]. Didaktické znalosti obsahu zahrnují vědomosti a dovednosti učitele související s reprezentacemi učiva matematiky a s porozuměním učebním obtížím žákům v konkrétních oblastech školské matematiky.

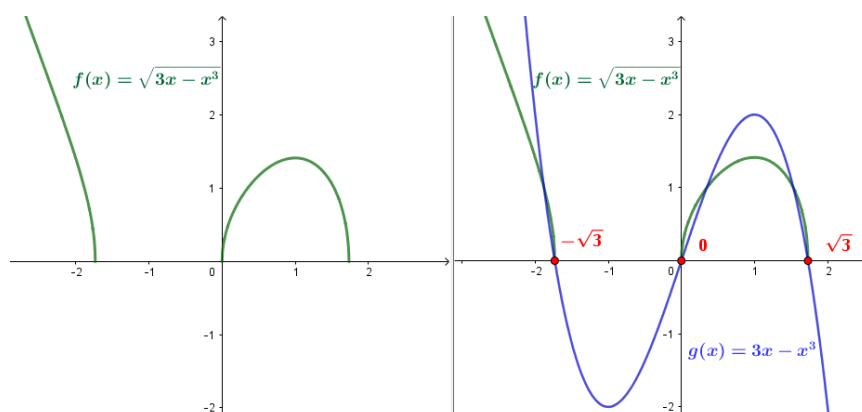
Integrace digitálních technologií klade na učitele další nároky z hlediska znalostí samotných technologií (*technological knowledge*, TK) a možností jejich využití ve výuce konkrétního předmětu (*technological content knowledge*, TCK). Vznikl tak

model technologických didaktických znalostí obsahu (*technological pedagogical content knowledge*, TPCK; novější značení TPACK), který zavedl Mishra a Koehler v roce 2006 (obr. 3).



OBRÁZEK 3. Schéma technologických didaktických znalostí obsahu.

Jak technologické znalosti obsahu (TCK) souvisejí s výukou si představíme na konkrétním příkladu hledání nulových bodů, který řešili budoucí učitelé matematiky pomocí programu GeoGebra [16]. S využitím programu zkoumali nulové body funkce  $f : y = \sqrt{3x - x^3}$ , (obr. 4 vlevo). Vzhledem k vlastnostem funkce  $f$  však nástroj GeoGebry *Průsečík* a ani příkaz *NuloveBody* „nefungoval“; v algebraickém okně programu se studentům zobrazily pouze názvy tří bodů doplněné textem „ne-definovaný“. Někteří studenti situaci vyřešili tím, že využili polynomickou funkci  $g : y = 3x - x^3$  (obr. 4 vpravo), neboť si uvědomili, že obě funkce mají stejné nulové body, přitom polynomické funkce mají z hlediska výpočetních algoritmů „pěkné vlastnosti“. Tím v dané situaci prokázali dobrou úroveň svých technologických znalostí obsahu.



OBRÁZEK 4. Nalezení nulových bodů s využitím pomocné funkce.

Technologické didaktické znalosti obsahu (TPACK) tedy zahrnují znalosti a dovednosti učitele, které jsou předpokladem úspěšného začlenění technologií do výuky.

Z pohledu výuky matematiky sem patří zejména porozumění grafické, symbolické i číselné reprezentaci matematických pojmů a vztahů v prostředí technologií, dále uvědomění si, ve kterých úlohách a situacích mohou technologie podpořit či usnadnit proces učení žáků [14].

Rozvíjením technologických didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů se zabývala řada výzkumných šetření [9]. Jedním z nich je výzkum, který probíhal v letech 2013-2016 na UK v Praze a ve kterém byly zkoumány možnosti rozvíjení TPACK u budoucích učitelů matematiky v navazujícím magisterském studiu [16]. Tento výzkum měl formu design experimentu, ve kterém byla modifikována část jednoho z kurzů didaktiky matematiky s cílem seznámit studenty s možnostmi využití programu GeoGebra ve školské matematice. Studentům nebyly přímo předkládány konkrétní způsoby efektivního využívání této technologie, ale řešili předem připravené soubory vhodných úloh z oblasti funkcí a z planimetrie, jejichž prostřednictvím si měli postupně uvědomovat výhody i úskalí integrace GeoGebry včetně specifických dovedností potřebných k úspěšnému řešení matematických úloh; kromě řešení problémů během prezenční výuky studenti dostávali také domácí úkoly (úkoly z pracovních listů a odbornou četbu zaměřenou na integraci technologií). Součástí design experimentu byl závěrečný úkol, ve kterém studenti připravovali návrh jedné či více vyučovací hodiny s podporou GeoGebry; projekty si studenti v druhé fázi výzkumu také vzájemně hodnotili.

Výukové projekty byly ve výzkumu dále využity k hodnocení technologických didaktických znalostí obsahu budoucích učitelů matematiky zapojených ve výzkumu. Analýza studentských projektů v prvních dvou letech výzkumu ukázala, že jen menší část studentů využila dynamické vlastnosti GeoGebry a vytvořené soubory úloh bylo možné řešit bez podpory technologií, GeoGebra zde sloužila jen k urychlení řešení. Většina projektů byla hodnocena úrovní TCK, neboť studenti nezařadili v projektech postupy a úlohy, kterými by GeoGebra podpořila učení žáků či které by vedly žáky k argumentování a zdůvodňování. Také vzájemná hodnocení projektů ze strany studentů byla do značné míry povrchní a příliš obecná [17].

V dalších letech experimentu byl proto kladen větší důraz na společné diskuze se studenty během prezenční výuky, diskuze se týkaly způsobů řešení úloh i možností využívání GeoGebry ve výuce; pro studenty byly dále připraveny explicitní pokyny pro vypracování i pro vzájemná hodnocení jejich projektů. Závěrečná kvalitativní analýza studentských projektů ukázala, že studenti se již více zaměřili na konstruktivistické přístupy k integraci GeoGebry včetně využívání jejích dynamických vlastností a na aktivní zapojení žáků do výuky. Na druhou stranu se však v plánované výuce soustředili na obsahové cíle výuky, tj. na učivo, méně již na žákovské kompetence. Také kvalita vzájemného hodnocení projektů se zlepšila, studenti byli schopni v některých projektech rozpoznat nevyužitou učební příležitost [18].

Přístup učitele k integraci technologií souvisí rovněž s jeho pedagogickým přesvědčením. Toto přesvědčení podle [10] tvoří soubor individuálních porozumění, pocitů, postojů, názorů a domněnek, které vedou k určitému typu chování, je to základ učitelova myšlení a jednání. Učitel si nemusí explicitně uvědomovat všechny složky svého pedagogického přesvědčení, neboť většinou se nejedná o ucelený a logický systém. Pedagogické přesvědčení vzniká na základě zkušeností jedince a při jeho formování se uplatňuje i vliv prostředí. Vyvíjí se již tedy v období školní docházky a nejvíce se formuje na začátku pedagogické praxe, v pozdějších letech se mění jen málo.

Řada výzkumných šetření ukázala, že přesvědčení učitele hraje významnou roli při integraci technologií zejména ve vztahu ke konstruktivistickým metodám vyučování a že na počátku pedagogické dráhy učitele může být toto přesvědčení v nesouladu s jeho postupy při integraci technologií [11]. To do určité míry ukázalo i již

výše zmíněné výzkumné šetření, ve kterém budoucí učitelé matematiky připravovali projekt jedné či více vyučovacích hodin matematiky s podporou programu GeoGebra. Někteří z nich však naplánovali transmisivní výuku, ačkoliv v didaktické části studia byli seznamováni s konstruktivistickým přístupem k výuce matematiky [16].

Jak již bylo uvedeno, integraci technologií ovlivňují vnější faktory (dostupnost počítačů a výukového software) a vnitřní faktory. K těm patří zejména učitelovo porozumění principům konstruktivistického vyučování a rovněž jeho pedagogické přesvědčení. Je-li například učitel přesvědčen o nezbytnosti probrání určitého objemu učiva, může to vést k tomu, že z důvodů nedostatku času omezí či vynechá prostor pro vlastní objevování žáků [11]. Přesvědčení učitele tedy ovlivní jeho rozhodování v konkrétních výukových situacích, ve vyvíjení konkrétních výukových aktivit i ve volbě vyučovacích metod a materiálů.

Pedagogické přesvědčení učitele matematiky má smysl zkoumat prostřednictvím tří kategorií, a to jak učitel nazírá na podstatu matematiky, jak vnímá podstatu vyučování matematice a jak se žáci učí matematice (Ernest, 1989, cit. v [20]). Tyto základní kategorie jsou v odborné literatuře dále členěny do dalších subkategorií, například, jaké je učitelovo názírání na krásu a význam matematiky či na efektivitu matematického zdůvodňování aj. [20].

Na základě rozhovorů s učiteli z praxe, kteří se zúčastnili kurzů zaměřených na využívání dynamického programu GeoGebra ve výuce středoškolské matematiky v letech 2014-2017, můžeme konstatovat, že důvodem vedoucí tyto učitele k integraci technologií bylo jejich přesvědčení, že technologie nenaruší a naopak podpoří dosažení cílů vzdělávání v matematice; tito učitelé měli na svých školách podporu z hlediska integrace technologií, ke které patřila i dobrá vybavenost škol.

Z výše uvedených důvodů je zřejmé, že klíčovou roli při integraci technologií má učitel, neboť na něm záleží, jak probíhá výuka v konkrétních hodinách matematiky.

## 2. VĚDOMOSTI A DOVEDNOSTI ŽÁKŮ V PROSTŘEDÍ TECHNOLOGIÍ

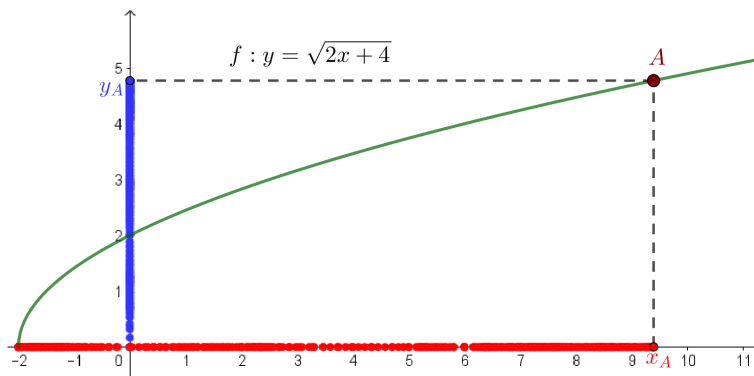
Již od sedmdesátých let dvacátého století, kdy technologie ve formě kapesních kalkulátorů pronikly do škol, se odborníci začali zajímat o jejich vliv na vědomosti a dovednosti žáků v matematice.

Výsledky celé řady šetření a výzkumů ukazují, že technologie mají potenciál mít kladný vliv na vzdělávací proces [6], [15]. Pozitiva integrace technologií se však porojevují spíše při jejich doplňkovém využívání než v rámci komplexních e-learningových prostředí či při počítačem řízené výuce. To rovněž dokládá meta-analýza výzkumných šetření zaměřených na vliv technologií na výsledky žáků v matematice na střední škole [12]. Výuka s podporou technologií tedy nemusí být vždy efektivnější než klasické vyučování.

Integrace technologií, zejména programů dynamické geometrie, ovlivňuje v současné době především pojmotvorný proces žáků, přičemž významnou roli hrají zařazené aktivity a úlohy [13]. To je dáno tím, že tyto technologie, ke kterým patří i GeoGebra, umožňují vizualizaci abstraktních matematických pojmů i vztahů, a tím dochází ke zvýšení názornosti vyučování.

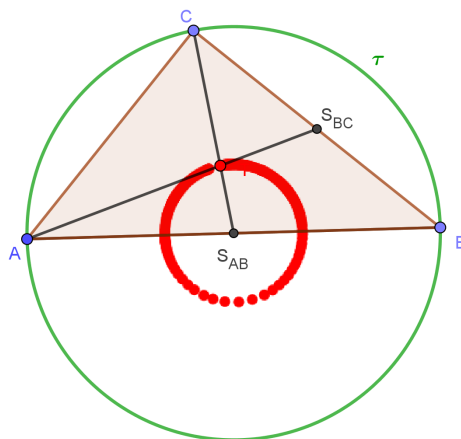
V prostředí GeoGebry můžeme například pro žáky připravit vizualizaci pojmů *definiční obor* a *obor hodnot funkce*, jak ukazuje obr. 5. Na nákrese je zobrazen graf funkce  $f : y = \sqrt{2x + 4}$  a na grafu je umístěn bod  $A$ . Stopy pat  $x_A, y_A$  kolmic spuštěných z bodu  $A$  na souřadnicové osy pak při pohybu bodu  $A$  po grafu funkce vyznačují část definičního oboru a oboru hodnot.

Vědomosti žáků jsou výsledkem jejich poznávání, myšlení i praktického experimentování a také jsou výsledkem řešení problémů. Zařazení uvedených postupů za podpory dynamické geometrie či jiných technologií posouvá výuku matematiky

OBRÁZEK 5. Vizualizace pojmů  $D_f, H_f$  v GeoGebře.

více k experimentování, kdy žáci prostřednictvím dynamických vlastností technologií objevují nové poznatky. Můžeme tak pozorovat ve využívání technologií ve školách posun směrem k podpoře učení žáků prostřednictvím matematických diskuzí, které poskytují žákům příležitost k formulování hypotéz i k jejich aktivnímu prověřování [9].

Dynamické vlastnosti GeoGebry a dalších příbuzných programů pomáhají žákům objevovat i prověřovat hypotézy o vlastnostech matematických objektů [7]. Některé výzkumy dospěly k závěru, že žáci v dynamickém prostředí formulují více relevantních hypotéz, avšak nepociťují potřebu objevené vztahy zdůvodňovat, neboť jsou díky výkonnosti programu přesvědčeni o jejich platnosti [8]. Otázkou je, zda „autorita“ počítače nevede některé žáky k odporu k dokazování, či zda vhodně prezentované problémy naopak podporují u žáků potřebu zdůvodnění, jak také dokládají další výzkumy [13].



OBRÁZEK 6. Objevování množiny bodů dané vlastnosti v prostředí GeoGebry.

Výkonné nástroje dynamické geometrie usnadňují žákům nalezení řešení problémů a to i v případě, kdy by k němu ve statickém prostředí dospěli jen těžko. Uvažujme úlohu o nalezení množiny všech bodů v rovině, která jsou těžišti pravoúhlých trojúhelníků se společnou přeponou  $AB$ . Pro úspěšné řešení si stačí žákům uvědomit, že potřebují sestřít pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s přeponou  $AB$ , nalézt jeho těžiště

a pomocí nástroje *Stopa* zkoumat polohy těžiště při pohybu vrcholu  $C$  po Thaletově kružnici nad průměrem  $AB$ . Následně jim stopy bodu  $T$  vykreslí kružnici se středem ve středu přepony a procházející těžištěm (obr. 6). Co však žáci z rysu přímo nezjistí, pokud danou situaci nezkoumají podrobněji, je, že hledaná množina nezahrnuje ty body z červeně vykreslené kružnice, které leží na přeponě  $AB$ . Zkušenosti z reálné výuky ukazují, že i když žáci dospějí k objevení hledané množiny bodů jako v této úloze, obvykle nejsou schopni nalezené řešení samostatně zdůvodnit.

Nelze tedy předpokládat, že častější využívání technologií automaticky vede k lepším výsledkům vzdělávání. To dokládají i závěry analýz mezinárodních šetření matematické a informační gramotnosti PISA 2012 a ICILS 2013 v rámci České republiky [4]. Výsledky těchto šetření totiž ukázaly, že čeští žáci nadprůměrně využívají počítače k volnočasovým účelům ve srovnání s ostatními zeměmi. Při porovnání míry používání technologií dle úspěšnosti základních škol a víceletých gymnáziích v matematickém testu PISA bylo dále zjištěno, že na méně úspěšných školách žáci používají počítače k různým aktivitám více než žáci z velmi úspěšných škol. V případě používání počítače žáky doma se ukazuje, že žáci z velmi úspěšných víceletých gymnáziích využívají počítače více k přípravě do školy či čtení zpráv. Přitom nižší míra používání počítače žáky ve škole na velmi úspěšných víceletých gymnáziích se projevila i v hodinách matematiky, jak dokládá tabulka na obr. 7.

Tabulka č. 2 Podíl žáků, kteří uvedli, že byl za poslední měsíc použit během hodiny matematiky počítač alespoň k některému z úkonů

	ZŠ			VG		
	méně úspěšné	středně úspěšné	velmi úspěšné	méně úspěšná	středně úspěšná	velmi úspěšná
Počítač použil sám žák	33 %	30 %	22 %	45 %	22 %	10 %
Počítač použil žák a/nebo učitel	49 %	42 %	31 %	67 %	33 %	17 %

OBRÁZEK 7. Podíl využívání počítačů v hodinách matematiky dle úspěšnosti škol v testu PISA.

Šetření PISA tedy ukázalo, že „... žáci, kteří v hodinách matematiky počítač nepoužívají (ani jejich učitelé), v matematice dosahují obecně lepšího výsledku. To může odrážet fakt, že v pokročilejších hodinách matematiky je na počítače spoléháno méně než ve více aplikovaných hodinách. Co se týče samotného rozdílu mezi základními školami a víceletými gymnázii, podobné závěry vyplývají opět i z dat ICILS 2013.“ ([4], s. 10).

K obdobnému závěru dospěli odborníci i při analýze výsledků PISA v mezinárodním měřítku, neboť i zde se ukázalo, že integrace technologií má pozitivní vliv pouze v určitých kontextech, např. je-li spojena s navýšením studijního času.

## ZÁVĚR

V prostředí technologií lze žákům snadno zprostředkovat různé reprezentace matematických pojmů a vztahů, čímž technologie přispívají k porozumění danému učivu. I když řada výzkumů prokázala, že současné digitální technologie, jako je GeoGebra či Computer Algebra System, mají potenciál mít kladný vliv na kognitivní procesy žáků, patří i dnes v našich školách k nejčastějším způsobům integrace technologií demonstrace učiva samotným učitelem bez většího zapojení žáků.

Na základě našich zkušeností z výuky budoucích učitelů i z výuky učitelů z praxe, můžeme říci, že pokud tyto demonstrace nejsou doprovázeny vhodnými činnostmi a otázkami, které vedou žáky k zamýšlení nad předkládaným učivem či problémem, není tento způsob začlenění digitálních technologií efektivní.

Výzkumy i školská praxe ukazují, že je vhodné kombinovat tradiční výuku s výukou podporovanou technologiemi. Oba přístupy, tradiční i „počítačový“, se vzájemně doplňují. Žáci by však neměli zůstat u pouhé vizualizace či experimentování, neboť nejsou-li tyto aktivity spojeny se zdůvodněním, může žákovy pochopení zůstat na úrovni pouhého vjemu bez porozumění daným jevům a pochopení souvislostí.

**Acknowledgment.** Článek vznikl za podpory projektu PROGRES Q17 *Příprava učitele a učitelská profese v kontextu vědy a výzkumu.*

#### REFERENCE

- [1] ČŠI. *Výroční zpráva za školní rok 2014/2015*. Praha: ČŠI, 2015. Dostupné na <http://www.csicr.cz/html/VZ2014-15v2/flipviewerexpress.html>.
- [2] ČŠI. *Mezinárodní šetření ICILS 2013. Shody a rozdíly v počítačové informační gramotnosti mezi vybranými evropskými zeměmi*. Praha: ČŠI, 2015.
- [3] ČŠI. *Výroční zpráva za školní rok 2015/2016*. Praha: ČŠI, 2016.
- [4] ČŠI. *Žáci a ICT. Sekundární analýza výsledků mezinárodních šetření ICILS 2013 a PISA 2012*. Praha: ČŠI, 2016.
- [5] ČŠI. *Využívání digitálních technologií v mateřských, základních, středních a vyšších odborných školách. Tematická zpráva*. Praha: ČŠI, 2017. Dostupné na <http://www.csicr.cz/cz/Aktuality/Tematicka-zprava-Vyuzivani-digitalnich-technologii>.
- [6] EACEA/Eurydice. *Matematické vzdělávání v Evropě: Společná úskalí a politiky jednotlivých zemí*. Brusel: Eurydice, 2011.
- [7] Gawlick, T. On dynamic geometry software in the regular classroom. *International Journal on Mathematics Education*, vol. 34, no. 3, 85–92, 2002.
- [8] Gillis, J. M.: *An investigation of student conjectures in static and dynamic geometry environments*. Auburn: Auburn University, 2005.
- [9] Hegedus, S., Laborde, C., Brady, C., Dalton, S., Siller, H.S., Trgalova, J., Moreno-Armella, L. *Use of Technology in Upper Secondary Mathematics Education*. ICME 13. Springer Open, 2016.
- [10] Hejny, M., Kuřina, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2009.
- [11] Chen, Ch.-H. Why Do Teachers Not Practice What They Believe Regarding Technology Integration? *The Journal of Educational Research*, vol. 102, no. 1, 65–75, 2008.
- [12] Cheung, A., Slavin, R. E. The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. *Educational Research Review*, vol. 9, pp. 88–113, 2013.
- [13] Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., Sträasser, R.: Teaching and learning geometry with technology. In Gutiérrez, A., Boero, P. (eds.) *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher, p. 275–304, 2006.
- [14] Mishra, P., Koehler, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A Framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, vol. 108, no. 6, 1017–1054, 2006.
- [15] Robová, J. Výzkumy vlivu některých typů moderních technologií na vědomosti a dovednosti žáků v matematice. *Scientia in educatione*. 2012, roč. 3, č. 2. s. 79–106.
- [16] Robová, J. – Vondrová, N. Future mathematics teachers and the identification of specific skills for work with GeoGebra. In Houška, M., Krejčí, I., Flégl, M. (eds.) *Proceedings of 11th International Conference ERIE*, pp. 640–647. Prague: CULS, 2014.
- [17] Robová, J. – Vondrová, N. Developing future mathematics teachers' ability to identify specific skills needed for work in GeoGebra. In Konrad K., Vondrová, N. (eds.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Prague: Faculty of Education and ERME, pp. 2396–2403, 2015.
- [18] Robová, J. – Vondrová, N. Pre-Service Mathematics Teachers' Designing Teaching Supported by GeoGebra. In Novotná, J., Jančařík, A. (eds.) *Proceedings of the 15th European Conference on e-Learning ECEL*. Prague: Faculty of Education, pp. 586–594, 2016.
- [19] Vondrová, N., Novotná, J., Tichá, M. Didaktika matematiky: historie, současnost a perspektivy s důrazem na empirické výzkumy. In Stuchlíková, I., Janík, T. et al. *Oborové didaktiky: vývoj-stav-perspektivy*. Brno: Masarykova univerzita, 2015.
- [20] Žalská, J. Matematická přesvědčení učitelů matematiky: přehled mezinárodního výzkumu. *Scientia in educatione*, vol. 3, no. 1, 45–65, 2012.

KATEDRA DIDAKTIKY MATEMATIKY, MFF UK, PRAHA, ČESKÁ REPUBLIKA  
*E-mail address:* [Jarmila.Robova@mff.cuni.cz](mailto:Jarmila.Robova@mff.cuni.cz)