South Bohemia Mathematical Letters
Volume 20, (2012), No. 1, 57–65.

POHLED DO HISTORIE FINANČNÍ MATEMATIKY

JAN ZAHRADNÍK

Úvod

Častým tématem diskusí současných ekonomů je nízká úroveň finanční gramotnosti našich občanů. V tisku se dočítáme o lidech, schopných vzít si úvěr s podmínkami, které mohou způsobit zhroucení jejich rodinných financí, ztrátu majetku a často také rozpad rodin. Jednou z příčin tohoto jevu je, že si lidé vůbec nedokáží ani rámcově představit, natož pak vypočítat, jaký vývoj by měl jejich dluh v případě, když jej nebudou schopni splácet.
To, že tento problém není pouze jevem novodobým, že se s ním vyrovnávali i naši předkové, dokazuje poměrně častý výskyt článků s tématikou finančně-matematickou v odborném tisku, případně její zařazování do výuky na středních školách.

V tomto článku chci ukázat, jak bylo téma finanční matematiky prezentováno v knize německého finančníka Paula Friedricha Keila vydané v roce 1854 a zejména pak v *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky* v sedmdesátých létech devatenáctého století.

Z autorů, kteří přispívali do *Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky* v době krátce po jeho vzniku v roce 1872, se tomuto tématu věnovali zejména František Josef Studnička a František Hoza. Stěžejními články jsou *Příspěvek k arithmetice národo-hospodářské F. J. Studničky* ([3], ročník III, 1874, str. 97-107) a poměrně komplexní článek *O složitém úrokování a počtu důchodovém*, který pro žáky středních škol napsal František Hoza[1] ([3], ročník V, 1876, str. 200–215 a 261–274).

František Josef Studnička (1836–1903), rodák z jihočeského Janova u Soběslavi, studoval s výbornými výsledky na gymnáziu v Jindřichově Hradci a po maturitě v roce 1857 vstoupil na filozofickou fakultu Vídeňské univerzity, kde se věnoval studiím matematicko-přírodovědeckým. Od roku 1871 byl profesorem matematiky na pražské univerzitě a po rozdělení univerzity na českou a německou byl zvolen prvním děkanem české filozofické fakulty. V letech 1888–1889 byl pak rektorem české univerzity. F. J. Studnička byl významnou osobností českého vědeckého i kulturního života druhé poloviny devatenáctého století a v prvních deseti letech existence *Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky* byl jeho redaktorem. [2]

Příspěvek k aritmetice národo-hospodářské, kterému se budeme věnovat, zahajuje Studnička objasněním významu pojmu *aritmetika národo-hospodářská*, použitého v jeho názvu. Zahrnuje pod něj *všecky úkoly početní, jež plynou přímo neb nepřímo z poměrů státních a společenských* a jako jeho účel vymezuje *dobře hospodařiti s jměním vůbec a s penězi zvlášť, aby se nikde nic neztratilo a co možná nejvíce vytěžilo.*

[1] František Hoza, 1843–1914. Studoval na české reálce v Praze; 1861–1865 posluchač strojního oboru na pražské technice. Učil matematiku a deskriptivní geometrii na reálkách v Praze, Litomyšli, Hradci Králové. Od roku 1891 ředitel české reálky v Plzni, od roku 1896 ředitelem reálky na Malé Straně. Od roku 1896 vládním radou. Autor učebnic (např. Algebra pro vyšší reálky, 1892), publikoval v *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky.* ([4], díl 11, str. 717–718)

1. Spor o interusurium

Jako základní problém uvádí Studnička spor o to, zda se při úročení mají používat úroky jednoduché nebo složité (*usurae simplices vel compositae*), tedy problém, zda je možné nebo lépe řečeno správné považovat nevyplacený úrok za nový kapitál. Studnička se věnuje popisu historie problému, jak se má vypočítávat tak zvané *interusurium.* Prvním, kdo hájil názor, že se *interusurium* má počítat pomocí složitého úrokování, byl podle Studničky Gottfried Wilhelm Leibniz. Ten definuje ve svém pojednání *Meditatio juridico-mathematica de interusurio simplice* z roku 1683 inkriminovaný pojem takto: *Interusurium sive resegmentum anticipationis, vulgo Rabat, est differentia inter pecuniam in diem certum debitam et praesentem ejus valorem, seu quanto plus petat, qui plus temporis petit, vel quanto minus solvere aequum sit qui post aliquot annos demum debiturus, nunc solvit.*[2]

Proti Leibnizovi stál Gottfried August Hoffmann (ten se ve spisu *Prudentia oeconomica in formam artis redacta* z roku 1731 zastává jednoduchého úročení takovým způsobem, že je podle Studničky zřejmé, že Leibnizovi neporozuměl) a jeho podporovatelé, kteří mimo jiné argumentovali tím, že brát úroky z úroků (*anatocismus*) je zapovězeno zákony.[3]

Problematice způsobu úročení a výpočtu *interusuria* se podrobně věnuje také *právnicko-matematické pojednání*, které vydal německý finanční úředník Dr. Paul Friedrich Keil pod názvem *Das Interusurium oder die richtige Bestimmung der Forderungswerthe zu andern, als den Verfallzeiten und die damit zusammenhängende Rentenredukzionslehre* [1] v Jeně v roce 1854. Autor popisuje dokonce tři způsoby, jak *interusurium* počítat.

Počítáme-li podle Carpzova (*Ben. Carpzovii opus decisionum illustrium, 1704*, [1], str. 4) načítáme prostě úrok z celého půjčeného kapitálu v jednotlivých letech za dobu, za kterou by měl být teprve splatný. Keil uvádí příklad, ve kterém 100 tolarů půjčených na 4 % má být zaplaceno o rok dříve. Věřitel pak dostane pouze 96 tolarů. Tato metoda však vede podle autora *k nedůslednostem*, protože za daných podmínek by splacení tohoto dluhu o 25 let, případně o 30 let dříve znamenalo, že v prvním případě věřitel nedostane nic, ve druhém dokonce vydá dlužníkovi 20 tolarů. Proto podle Keila *těžko ještě někdo dnes může považovat tuto metodu za správnou.*

Hoffmannova metoda ([1], str. 5 a 6) využívá jednoduchého úročení, takže pro hodnotu c kapitálu x po n letech úročení z procenty platí $c = x\left(1 + \frac{z}{100}n\right)$, takže chceme-li splatit kapitál c za daných podmínek o n let dříve, zaplatíme pouze $x = \dfrac{100 \cdot c}{100 + z \cdot n}$.

Předchozí příklad tedy řešíme výpočtem $x = \dfrac{100 \cdot 100}{104} \doteq 96{,}15$ tolarů, v případě,

---

[2]Interusurium, čili očekávaný odpočet, obecně Rabat, je rozdíl mezi dlužnou částkou v určitý den a její současnou hodnotou. Buď o kolik více může požadovat ten, kdo své pohledávky uplatní teprve později nebo o kolik méně musí právem platil ten, kdo platí nyní, ačkoli by k tomu byl povinen teprve po několika letech.

[3]Zapovězení anatocismu podle tradic římského práva vycházelo ze zcela jiných společenských, ekonomických a kulturních podmínek, než ve kterých se dnes nacházíme. Zatímco římské právo a později též křesťanství se stavěly proti půjčování peněz na úrok (smluvní), dnešní hospodářství je v nemalé míře právě na úvěrovém obchodu založené a smlouva o úvěru *musí vždy obsahovat závazek zaplatit za poskytnuté peněžní prostředky úroky.* [5]

že $n = 25$ vychází $x = \dfrac{100 \cdot 100}{100 + 4 \cdot 25} = 50$ tolarů.

Metoda Leibnizova ([1], str. 7–10), která již respektuje to, že se počítají úroky z úroků, používá pak pro výpočet hodnoty kapitálu x vzorec $x = \dfrac{c}{\left(\frac{100+z}{100}\right)^n}$. Pro Keilův příklad dává tato metoda stejný výsledek jako metoda Hoffmannova, v případě $n = 25$ ale vychází $x = \dfrac{100}{1{,}04^{25}} \doteq 37{,}5$ tolarů. Metoda je podrobně popsána v další části Studničkova článku.

Keil uvádí výhody i nevýhody obou relevantních metod (Hoffmannovy a Leibnizovy) a říká, že *pravda leží obvykle víceméně mezi oběma, avšak pravidlo, které by přinášelo výhody obou, se nikde nepodařilo najít.* Svou knihu snad také proto zahajuje i končí parafrází slavného citátu z Goethova Fausta: *Grün ist des Lebens goldner Baum, grau alle Theorie!*

Spor o interusurium byl podle Studničky veden hlavně mezi matematiky - zastánci Leibnizovy teorie - a právníky, kteří se přikláněli k teorii Hoffmannově. Když byl nakonec výroky dvou tehdejších slavných právníků Arndtse a Vagnerova odstraněn rozpor ve věci samé, tedy v otázce právní přípustnosti složitého úrokování, v Leibnizův prospěch, skončil i boj obou táborů.[4]

Studnička souhlasí s tím, že bylo správné přenechat řešení tohoto sporu zákonu, jak říká, "*juristům*". Stěžuje si však, že *právníci nyní tím méně pozornosti věnují této vědě, čím jest pro ně důležitější, zejména pro ty, kteří co zeměpanští komisaři mají dohlídku na podniky národohospodářské.* V žertu to zdůvodňuje tím, že *počítání podle Leibnice vyžaduje znalost logaritmů; snad ty byly juristům tak odporné?!*

Studnička konstatuje: *V našich dobách arci nenapadne tak snadno někomu, aby chtěl jinak počítati nežli po způsobu Leibnice.* Zabývá se dokonce myšlenkou, že doba jednoho roku jako jednotka času ve složitém úrokování je příliš dlouhá a zvažuje používat jako nejpřirozenější úrokování nepřetržité a zdůvodňuje to tím, že dlužník půjčený kapitál užívá rovněž nepřetržitě.

2. Příspěvek k arithmetice národo-hospodářské F. J. Studničky

Studnička zahajuje matematickou část svého článku ([3], ročník III, 1874, str. 97-107) připomenutím dle něj známého vzorce $K_n = K_0 \left(1 + \dfrac{p}{100}\right)^n = K_0 q^n$, kde K_n značí hodnotu kapitálu K_0 po n letech při celoročním úrokování s úrokem p procent.

Dále se zabývá případem, který má v praxi zásadní význam, a to úlohou vypočítat, jak velký kapitál se uspoří za n let, bude-li se každým rokem ukládat kapitál K_0 na p procent. S využitím vzorce pro součet prvních n členů geometrické posloupnosti dostává

$$\sum_{i=1}^{n} K_i = K_0 \sum_{i=1}^{n} q_i = K_0 \frac{q^{n+1} - q}{q - 1} \tag{1}$$

[4] Ottův slovník naučný [4] uvádí ve svém dvanáctém díle z roku 1897 pod heslem *interusurium* na stránce 696 všechny tři metody, Carpzovu, Hoffmannovu i Leibnizovu, zmiňuje však používání pouze druhé a třetí. Metodu první zavrhuje s poukazem na to, *že při větších termínech vede tento způsob výpočtu k pravým absurdnostem.*

a tento vzorec rozebírá s ohledem na výpočet všech tří dalších veličin, které do něj vstupují, tedy K_0, n, q.

Pro K_0 dostává jednoduše $K_0 = \dfrac{q-1}{q^{n+1}-q}\sum_{i=1}^{n} K_i$, což je částka, kterou musíme každoročně ukládat, chceme-li mít po n letech při p procentním složitém úrokování našetřeno celkem $\sum_{i=1}^{n} K_i$ (tento součet budeme nadále označovat jako $\sum K_i$).

Pro řešení rovnice podle n Studnička zavádí $a = \dfrac{\sum K_i}{K_0}$ a po úpravě a logaritmování získává $n = \dfrac{\log(q(a+1)-a)}{\log q} - 1$, což představuje počet let, po který je nutné každoročně ukládat kapitál K_0 na p procent, aby se našetřil kapitál $\sum K_i$.

Chceme-li určit procentovou sazbu p, řešíme rovnici (1) podle q, což vede k rovnici $q^{n+1} - (a+1)q + a = 0$, ze které po výpočtu q snadno určíme $p = 100(q-1)$.

Studnička se zabývá řešením této rovnice, která jako rovnice stupně $n+1$ má v množině komplexních čísel $n+1$ kořenů, z nichž kořen rovný 1 vidíme na první pohled. Tento kořen však nemá pro nás význam, neboť pak vychází $p = 0$, což se *nesrovnává s duchem a podstatou podmínek v úloze podložených*, čímž F. J. Studnička naráží na svou přednášku *O duchu mathematickém a některých jeho zjevech* ([3], ročník II, 1873, str. 57–64), kterou proslovil při zahájení nové činnosti Jednoty českých mathematiků 20. října 1872.
Je-li rovnice sudého stupně, má ještě jeden reálný kořen (větší než 1), je-li stupně lichého, má ještě další dva reálné kořeny, z nichž jeden je záporný, druhý kladný.

Zmíněnou rovnici řeší Studnička přibližnou metodou. Označí $y = q^{n+1} - (a+1)q + a$ a věnuje se zkoumání této funkce z hlediska parity čísla n.

Je-li n liché, protíná konvexní křivka osu x dvakrát, jednou v bodě 1, podruhé v hledaném bodě $q > 1$, je-li n sudé, protíná křivka osu x třikrát; pro nás je významný opět průsečík $q > 1$.

Dále Studnička určí první derivaci $y' = (n+1)q^n - (a+1)$ a stanoví bod, ve kterém má funkce lokální minimum ($y' = 0$): $q_0 = \sqrt[n]{\dfrac{a+1}{n+1}}$ (v případě sudého n vyjde ještě druhý kořen rovnice $y' = 0$, který přísluší lokálnímu maximu, je záporný a pro nás nemá význam). Určí bod, který je od bodu q_0 stejně daleko jako je q_0 od bodu 1 a dvojím půlením intervalu určeného těmito dvěma body dostane jako první přibližnou hodnotu kořenu rovnice $q_1 = \dfrac{7}{4}\sqrt[n]{\dfrac{a+1}{n+1}} - \dfrac{3}{4}$. Tato hodnota obvykle stačila pro odhad úrokové míry p. V případě potřeby přesnějšího výsledku doporučuje Studnička užít metodu regula falsi. Já pro zajímavost u všech příkladů uvádím, jaké řešení rovnice získáme s použitím programu DERIVE 6.

K této problematice uvádí Studnička ve svém článku následující příklad na fungování tak zvaných dědičných společností, neboli tontin:

Úloha A (str. 103): *Pojišťovna "Praha" slibuje např. ukládajícímu po 19 let každoročně 10 zl. vyplatiti pak najednou nejméně 480 zl.; jak súrokuje se tu kapitál?*[5]

Řešení: V tomto případě platí: $a = 48, n = 19$, tedy rovnice pro q má tvar $q^{20} - 49q + 48 = 0$; první přibližná hodnota vychází $q_1 = 1{,}0845$, tedy $p \doteq 8{,}5\%$. Program DERIVE 6 dává výsledek 8,615 %.

[5]Texty úloh uvádím v původním znění, jak jsou otištěny v časopise.

Pokud zavedeme namísto q jeho převrácenou hodnotu $\frac{1}{q}$, získáme model situace, která spočívá v časově opačném průběhu děje. Základní vzorec pak má tvar $K_n = K_0 q^{-n}$, kde K_n znamená nynější hodnotu kapitálu, který má být ve výši K_0 vyplacen za n let při p procentním složitém úrokování.

Situace analogická kumulaci kapitálu vypadá tak, že na začátku máme kapitál, ze kterého po daný čas vyplácíme rentu (důchod) nebo který jako úvěr splácíme pravidelnými splátkami (anuita) po dobu n let při současném úročení.

Příslušné vzorce pak vycházejí ve tvaru $K_0 = \sum K_i \frac{q^{n+1} - q^n}{q^n - 1}$, kde K_0 je buď renta nebo anuita a $\sum K_i$ je buď kapitál složený k vyplácení renty nebo úvěr. Pro n pak platí vztah $n = \frac{\log b - \log(1 + b - q)}{\log q}$, kde $b = \frac{1}{a} = \frac{K_0}{\sum K_i}$ a rovnice pro výpočet q má tvar $q^{n+1} - (b+1)q^n + b = 0$.

Postup nalezení první přibližné hodnoty pro q je analogický předchozímu případu. Po derivování a řešení rovnice $y' = 0$ vyjde $q_0 = n\frac{b+1}{n+1}$ a stejným postupem získáme $q_1 = \frac{n(7b+4) - 3}{4(n+1)}$. V textu článku uvádí Studnička k tomuto tématu následující úlohu:

Úloha B (str. 106): *Jakými procenty úročil dluh, kdo 19 ročními splátkami 10 percentními zároveň umořil kapitál.*

Řešení: Platí $b = \frac{10}{100} = 0{,}1$ a $n = 19$. Příslušná rovnice má tvar $q^{20} - 1{,}1q^{19} + 0{,}1 = 0$. Podle předchozího vzorce pro první přiblížení platí $q_1 = 1{,}07875$. Odhadujeme, že kapitál je úročen přibližně 7,5 %. Použitím programu DERIVE 6 dostáváme $p = 7{,}44$ %.

3. Další úlohy z Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky

V *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky* se v létech 1872–1884 objevuje několik příkladů, které byly zadávány k řešení čtenářům časopisu a které se věnují finanční matematice. Uvádím jejich texty, včetně čísla úlohy, ročníku časopisu, ve kterém vyšly a údaje o tom, kdo zaslal do redakce jejich řešení. Dále uvádím nástin řešení, jak bylo v časopise uvedeno a u vhodných úloh také výsledek, získaný s použitím programu DERIVE 6.

Úloha 31 ([3], ročník II, 1873, str. 100) *Jakým způsobem amortisuje se při nějakém akciovém podniku během desíti let v pololetních lhůtách 100 akcií po 200 zl. při 5% úročení.*

Řešení ([3], ročník III, 1874, str. 45) (podal X. Y., žák VII. tř. g. v J. Hradci): Řešitel uvádí pouze následující tabulku (Tabulka 1), kterou zřejmě získal rozvržením amortizačních částek do 20 období (lhůty) při současném jednoduchém úročení zůstatků s tím, že úroky byly vyplaceny.

Lhůta	**Kapitál**	**Úrok**	**Úmor**	
			zlatých	**akcií**
1.	20 000	500	800	4
2.	19 200	480	800	4
3.	18 400	460	800	4
4.	17 600	440	800	4
5.	16 800	420	800	4
6.	16 000	400	800	4
7.	15 200	380	1000	5
8.	14 200	355	1000	5
9.	13 200	330	1000	5
10.	12 200	306	1000	5
11.	11 200	280	1000	5
12.	10 200	255	1000	5
13.	9 200	230	1000	5
14.	8 200	206	1000	5
15.	7 200	180	1200	6
16.	6 000	150	1200	6
17.	4 800	120	1200	6
18.	3 600	90	1200	6
19.	2 400	60	1200	6
20.	1 200	30	1200	6

Tabulka 1

Úloha 39 ([3], ročník II, 1873, str. 199): *Aby se umořil dluh 2000 zl., platí někdo 20 po sobě jdoucích let každoročně 400 zl.; mnoho-li platí procent?*

Řešení ([3], ročník III, 1874, str. 280, podal B. Bečka, řešil rovněž A. Hanzlovský.): *Placeno tu ze sta 19,424.* Podrobnější řešení není uvedeno; podle Studničky vychází rovnice pro q ve tvaru $q^{21} - 1{,}2q^{20} + 0{,}2 = 0$. Jako přibližné řešení vychází 25 %, řešením rovnice v programu DERIVE 6 vyjde 19,43 %.

Úloha 41 ([3], ročník II, 1873, str. 286): *Do tak zvaných dědičných společností, jaké pojišťovna "Praha"zřizuje, vkládal by někdo 14 po sobě jdoucích let po 10 zl. a obdržel by konečně 250 zl.; jak by tu peníze vložené byly zúrokovány?*

Řešení ([3], ročník III, 1874, str. 142, podal Aug. Hanzlovský, oktaván v Písku, tutéž úlohu řešil J. Pytlík, učitel na občanské škole ve Vodňanech.): Řešitel zavede označení, podobné označením z článku F. J. Studničky, počítá však přímo s výrazem $1+\dfrac{x}{100}$ pro hledanou úrokovou míru x. Získá rovnici $250x = 1000\left[\left(1+\dfrac{x}{100}\right)^{15} - \left(1+\dfrac{x}{100}\right)\right]$ a z ní logaritmováním jejích obou stran rovnici $\log 0{,}25 = \log\left[\left(1+\dfrac{x}{100}\right)^{15} - \left(1+\dfrac{x}{100}\right)\right] - \log x$. *Lichým pravidlem* pak vyhledá, že kořen leží mezi 7,441 a 7,442, *blíže při této hodnotě*. Odhaduje tedy úrokovou míru na 7,5 %. Rovnice podle F. J. Studničky má tvar $q^{15} - 26q + 25 = 0$ a odhadem získáme $q_1 \doteq 7$ %. V programu DERIVE 6 vychází pak $q = 1{,}074413$, tedy $p = 7{,}44$ % potvrzuje velmi dobře výsledek pana Hanzlovského.

Úloha 46 ([3], ročník III, 1874, str. 143): *Nové stavby požívají nyní 25 let tak zvaného osvobození od daní; jaký kapitál představuje tato výhoda, obnáší-li prominutá daň 1000 zl. ročně, při poloročním úročení 6% a) nyní, b) za 25 let.*

Řešení (Řešení této úlohy se mezi řešeními zaslanými do redakce nevyskytuje): Na základě článku F. J. Studničky by mohlo vypadat takto: Pokud majitel domu uloží prominutou daň 1000 zl. každý rok při 6% poloročním složitém úrokování, bude mít po 25 letech (50 lhůtách) celkem ($K_0 = 1000$, $q = 1{,}03$, $n = 50$) naspořeno $\sum K_i = 1000\dfrac{1{,}03^{51} - 1{,}03}{1{,}03 - 1} = 116708$ zl. Přepočteme-li tuto částku na začátek času, dostaneme $K = 116708 \cdot 1{,}03^{-50} = 26622$ zl.

Od roku 1874 do roku 1878 nejsou úlohy pro čtenáře v *Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky* zadávány. V roce 1878 se redakce vrací ke svému původnímu programu a zavádí opět rubriku Úlohy s *výslovným přáním, aby se jí dostalo účastenství co nejhojnějšího.* Číslování úloh začíná opět od čísla 1.

Úloha 1 ([3], ročník VII, 1878, str. 182): *Majitel domu, jehož cena se páčí na 6600 zl., stal se v 62. roce věku svého neschopným ku práci; a poněvadž z nájemného nemohl se uživiti, postoupil dům sousedovi svému, vymíniv sobě byt v ceně 100 zl. a doživotní důchod ročních 700 zl. Nebyl při tom zkrácen?*

Řešení ([3], ročník VII, 1878, str. 252, zaslal Jos. Zvěřina, žák VII. tř. r. g. v Chrudimi, řešení zaslali též Matěj Vaněček z Tábora a Petrov, žák VII. tř r. g. obec. na Malé Straně v Praze.): Hodnotu doživotního důchodu 800 zl. počítá řešitel podle vzorce $V_m = v\dfrac{S_{m+1}}{s_m} = 800\dfrac{67{,}8}{9{,}32} = 5819{,}74$ a odvolává se na Studničkovu učebnici Algebry str. 192. Teoreticky tedy majitel domu utrpí škodu, avšak vzhledem k tomu, že v pojišťovně by na tento důchod musel složit nejméně 7000 zl., *poznáme, že v prakci má výhodu*, píše septimán Zvěřina.

Problematice důchodů se v *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky* věnuje Martin Pokorný, ředitel vyššího reálného gymnasia na Malé Straně, v sérii čtyř článků *Důchod invalidní* ([3], ročník XIV, 1885, str. 111-120, 159-168, 201-208, 249-287). Ten se na stránce 205 a 206 věnuje odpovědi na otázku: *Mnoho-li musí složiti osoba aktivní n-letá jednou pro vždy, aby si zabezpečila doživotní důchod od té chvíle, kdy se stane invalidní?*[6]

Pokorný vychází z předpokladu, že pokud každá z A_n osob aktivních n-letých zaplatí příslušný vklad V_n (dohromady tedy $A_n \cdot V_n$), musí být vybraná částka rovna nynější hodnotě důchodů přiřčených všem invalidům každého roku nově povstalým

[6]Osoba invalidní je taková, která není aktivní, tedy je *nezpůsobilá ku práci.*

(tento počet značí Pokorný i_{n+1}).

Pokorný uvádí pro výpočet této částky vzorec: $V_n = \dfrac{\sum_{n+1} \kappa_i \Delta_i}{\alpha_n}$, kde $\kappa_n = \dfrac{i_n}{v^n}$ je diskontovaný počet povstávajících invalidů, $\alpha_n = \dfrac{A_n}{v^n}$, kde $v = 1 + \dfrac{p}{100}$, je diskontovaný počet žijících aktivních a Δ_i je jejich důchod. Pro tyto hodnoty byly sestaveny tabulky, které Pokorný uvádí na konci svého článku.

Úloha 4 ([3], ročník VII, 1878, str. 254): *Někdo uložil na úroky 1000 zl. a obdržel při poloročním úrokování za 12 let 2560 zl. nazpět; na kolik procent byl tu kapital uložen?*

Řešení ([3], ročník VIII, 1879, str. 38, podal Josef Kořínek, žák VIII. tř. gymn. v Jindř. Hradci, dále řešili Jos. Zvěřina a Josef Prouza, z VIII. tř. z gymn. z Chrudimi, Jan Mayer z VIII. tř. gymn. v Jindř. Hradci a Bedřich Špidlén z VIII. tř. reálních škol v Praze): Řešitel dochází jednoduchým postupem k výsledku $p = 7{,}988$ %.

Úloha 5. ([3], ročník VII., 1878, str. 255): *Někdo ukládá každoročně 100 zl. do spořitelny na 4 % a do záložny na 6 %; za kolik let bude míti v záložně jednou tolik nastřádáno co ve spořitelně?*

Řešení ([3], ročník VIII, 1879, str. 38, podal Jan Mayer, žák VIII. tř. gymn. v Jindř. Hradci, dále řešili Josef Kořínek z VIII. tř. téže školy, Jos. Prouza z VIII. tř. gymn. v Chrudimi.): Obsáhlejší řešení je možno shrnout takto: Ukládá-li se kapitál na začátku dob, vzroste jistina $C = 100$ zl. ve spořitelně postupně za n let na $C_1 = C\dfrac{q^{n+1} - q}{q - 1}$, kde $q = 1{,}04$ a v záložně na $C_2 = C\dfrac{p^{n+1} - p}{p - 1}$, kde $p = 1{,}06$. Podle zadání má platit $C_2 = 2C_1$. Po dosazení a úpravě vychází rovnice $1{,}04^n - 0{,}3397436 \cdot 1{,}06^n - 0{,}66025641 = 0$. Její řešení nejprve řešitel úlohy odhadne mezi čísly 51 a 52 a po nalezení druhé přibližné hodnoty $n_2 = 51{,}950283$ odpovídá na zadanou otázku hodnotou 51 let a 11 měsíců, za kterýžto čas se kapitál v záložně zdvojnásobí v porovnání s kapitálem ve spořitelně. Řešením v programu DERIVE 6 dostáváme hodnotu $n = 51{,}95088734$, což potvrzuje výsledek žáka Jana Mayera.

Závěr

"*Šedá, můj příteli, je všechna teorie, a žití zlatý strom se zelená.*"[7] Tato slova říká Mefistofeles žákovi, když před ním paroduje různé směry univerzitního studia a svádí jej k pouhému užívání života. Proč jejich parafrázi použil v polovině 19. století P. F. Keil jako motto svého díla o finanční matematice? Možná tím důvodem byla jeho důvěra v to, že předivo teorií, jejichž pravdivost tak pečlivě zkoumal a posuzoval, rozmotá samotná praxe - bouřlivě se rozvíjející ekonomika.

My si dnes musíme přiznat, že v současném předivu ekonomických nabídek a svodů, které nás ze všech stran obklopují, by neškodilo trochu více té "šedé teorie". Proto je třeba přivítat snahu vlády o zvyšování finanční gramotnosti a doufat, že dojde naplnění.

[7] Goethe, J. W., Delacroix E.: *Faust*, přeložil Otokar Fischer, str. 107. Státní nakladatelství krásné literatury, hudby a umění, Praha, 1955.

Reference

[1] Keil, P. F.: *Das Interusurium oder die richtige Bestimmung der Forderungswerthe zu andern, als den Verfallzeiten und die damit zusammenhängende Rentenredukzionslehre.* Jena, 1854. http://books.google.com
[2] Němcová, M.: *František Josef Studnička 1836–1903.* Prométheus, Praha, 1998.
[3] *Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, ročníky II až XIII.* Jednota českých mathematiků v Praze, 1873 až 1884, http://dml.cz/dmlcz/133460.
[4] *Ottův slovník naučný. Illustrovaná encyklopedie obecných vědomostí.* Fotoreprint původního vydání z let 1888–1909. Sdružení pro Ottův slovník naučný Paseka/ Argo, 1996–2003.
[5] http://pravniradce.ihned.cz/c1-24216650-k-zakazu-uroceni-prislusenstvi

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Jihočeská univerzita, České Budějovice, Česká republika
E-mail address: jzahradnik@pf.jcu.cz