MATEMATIKA S RADOSTÍ – INTERAKTIVNÍ VÝUKOVÉ MATERIÁLY A HRY

Eva Davidová, Lada Stachovcová, Petra Vondráková
Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba
Katedra aplikované matematiky FEI, VŠB – Technická univerzita Ostrava

Abstrakt

Příspěvek pojednává o tvorbě a využití interaktivních materiálů sloužících k oživení výuky matematiky na středních školách. Materiály mají formu testů, párovacích her, her typu Riskuj, AZ kvízu apod. realizovaných formou interaktivních PDF souborů s okamžitým vyhodnocováním. Výhledově pokryjí všechny povinné i nepovinné oblasti výuky matematiky na SŠ.

Klíčová slova: interaktivní PDF, TEX, test, párovací hra, Riskuj, AZ kvíz

Mathematics with pleasure – interactive materials and games

Abstract

The aim of this paper is to present creation and using interactive teaching materials in PDF format for making learning process more attractive and more enjoyable for students. Learning objects like tests, matching games, jeopardy, AZ quizzes etc. are interactive and enable immediate evaluation of tests without a Internet connection. These materials will cover all areas of high school mathematics.

Key words: interactive PDF, TEX, test, matching game, Jeopardy, quiz.

1 Úvod

Cílem příspěvku je seznámit čtenáře s interaktivními výukovými materiály, které jsou vytvářeny v rámci projektu „Matematika s radostí“[9]. Jak je již patrné z názvu projektu, chceme novými materiály oživit výuku matematiky na středních školách, žáky zaujmout, přinést jim radost z učení a zajímavou a nenásilnou formou zlepšovat jejich matematické znalosti a dovednosti.

Na tříletém projektu spolupracují pedagogové z Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava s metodiky z pěti středních škol z Moravskoslezského a Olomouckého kraje.

2 Obsahové zaměření materiálů

Vytvořené materiály výhledově pokryjí všechna povinná i nepovinná témata výuky matematiky na všech typech středních škol a jsou členěny do následujících oblastí:

- *Základní poznatky z matematiky*
- *Rovnice a nerovnice*
- *Planimetrie*
- *Funkce*
- *Goniometrie*
- *Stereometrie*
- *Analytická geometrie*
- *Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika*
- *Komplexní čísla*
- *Posloupnosti a řady*
- *Diferenciální počet*
- *Integrální počet*

Díky tomu, že materiály vytváříme ve třech variantách obtížnosti (lehké, střední a těžké), jsou použitelné pro různé typy škol a různou úroveň znalostí studentů. Snažíme se rovněž i o obsahovou mnohotvárnost jednotlivých materiálů. Vznikají tak postupně testy zaměřené jak na procvičení jednoho pojmu (testy obsahující úlohy stejného charakteru), tak na komplexní procvičení probíraného tématu (různý charakter úloh, širší záběr napříč tématem).

Testy se liší rovněž časovou náročností. Mnohé z úloh je možné vyřešit pouze na základě správného úsudku bez nutnosti dalších výpočtů, jiné vyžadují samostatné zpracování (a tedy použití „tužky a papíru“ a delší výpočet).

Všechny materiály jsou navrženy středoškolskými učiteli jak z gymnázií, tak ze středních odborných škol, a jsou kontrolovány vysokoškolskými pedagogy. Několikastupňovou kontrolou se snažíme omezit chyby, nepřesné formulace a nejednoznačnosti na minimum.

3 Technická a formální stránka

Výsledná forma vytvářených materiálů je realizována prostřednictvím PDF souborů, které obsahují interaktivní prvky (výběr odpovědí, okamžité vyhodnocení správnosti odpovědi resp. úspěšnosti celého testu). Interaktivita souborů spočívá ve využívání možností JavaScriptů a formulářů v PDF formátu, proto je nutné soubory otevírat v prohlížeči Adobe Reader, který zatím jako jediný podporuje zmíněné JavaScripty.

Nicméně výhodou takto vytvořených materiálů je, že ke spouštění materiálů či vyhodnocování správnosti odpovědí není potřeba připojení k internetu ani speciálního softwaru. Výsledné testy je tedy možné prohlížet a spouštět jednak on-line přímo z webu `msr.vsb.cz`, jednak z lokálního úložiště, kam si je učitel či žák stáhne dle vlastního výběru.

Vzhledem k tomu, že materiály jsou vytvářeny prostřednictvím sázecího systému TEX, splňuje výsledný vzhled matematických výrazů požadavky kladené na sazbu matematických textů. Názvy a symbolika použitá v materiálech vychází ze stanovených doporučení uvedených v [5], kolektiv autorů se rovněž dohodl na jednotném používání symbolů a značek tak, jak je studenti znají z výuky či dostupné literatury (učebnic a sbírek).

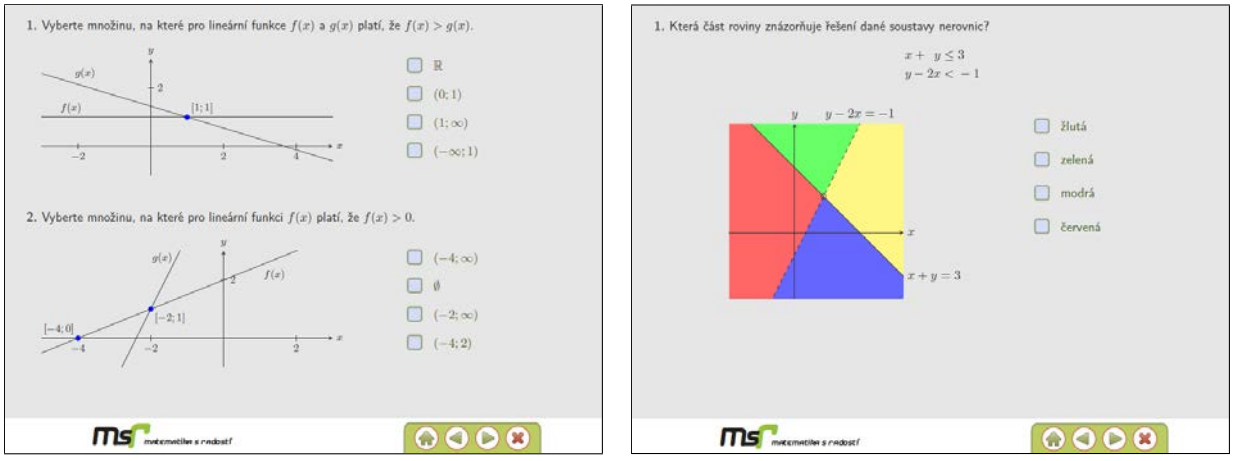
4 Testy a hry

V rámci projektu postupně vznikají různé typy interaktivních materiálů. Všechny vytvořené materiály mají jednotný grafický charakter a jednotný systém ovládání. Hry, jejichž náhledy jsou v obrázcích 1 až 5, je možno spustit kliknutím na daný obrázek. Další pak přímo z webu `msr.vsb.cz`.

4.1 Testy

Nejpočetnější skupinou materiálů jsou interaktivní testy. Vytvářené testy lze dle funkčnosti rozdělit do následujících skupin:

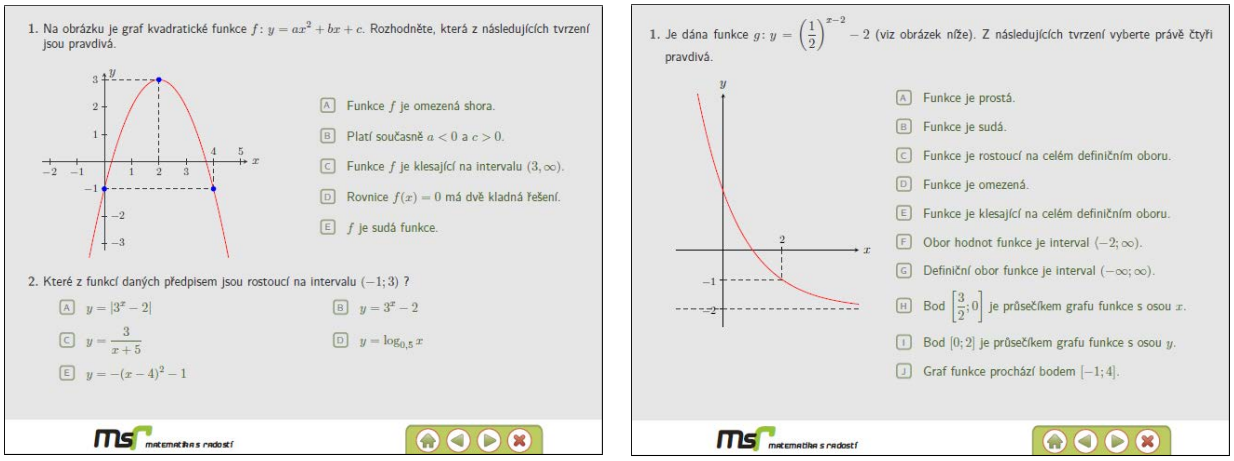
- *Testy s jednou správnou odpovědí*
- *Testy s více správnými odpověď'mi*
- *Testy typu ANO–NE*
- *Testy s tabulkovým výběrem*



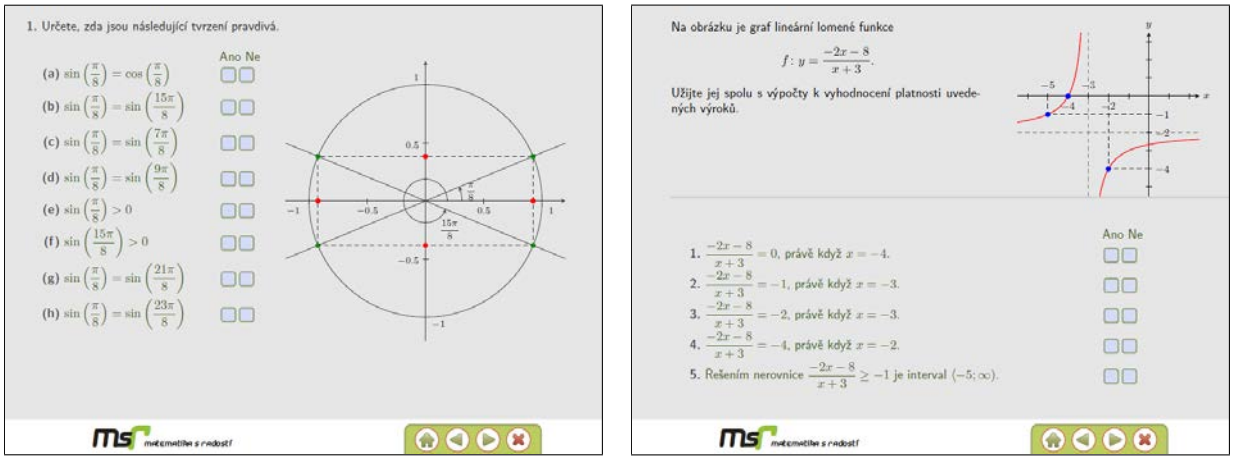
Obrázek 1: Test s jednou správnou odpovědí

Vytvářené testy jsou vesměs monotematické a slouží k procvičení látky jednoho malého tématu (lineární funkce, kvadratické funkce, funkce s absolutní hodnotou, atd.)

Test s jednou správnou odpovědí je standardní typ testu, kdy studenti vybírají z nabídky správnou odpověď. Většina testů je tvořena deseti otázkami, přičemž váha všech otázek je stejná. Po vyplnění testu a kliknutí na tlačítko Vyhodnotit dojde k zobrazení hodnocení (počet správně zodpovězených otázek) a opravě testu. Student si může projít znovu všechny otázky a podívat se, které zodpověděl správně a které ne, případně jaká je správná odpověď. Testy s jednou správnou odpovědí, viz obr. 1 jsou zaměřeny nejen k procvičení základních dovedností a znalostí v rámci daného tématu, úlohy v nich obsažené jsou mnohdy formulovány stylem odlišným od stávajících sbírek.

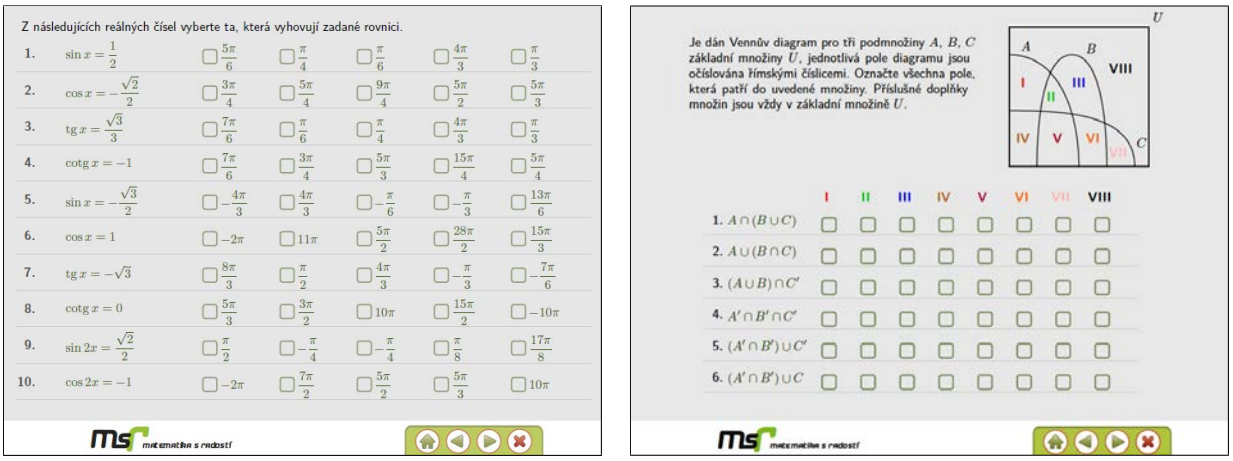


Obrázek 2: Test s více správnými odpověďmi



Obrázek 3: Test typu ANO–NE

Testy s více správnými odpovědi, viz obr. 2, jsou většinou tvořeny pěti až deseti otázkami v závislosti na obtížnosti. Otázka je zodpovězena správně, pokud jsou zatrženy právě všechny správné



Obrázek 4: Test s tabulkovým výběrem

odpovědi. Při vyhodnocení se zobrazuje jak počet správně zodpovězených otázek, tak počet získaných bodů. Tento typ testů často často slouží k osvojování a prověřování znalostí probíraných matematických pojmů (úlohy o vlastnostech funkcí aj.).

V testech typu ANO–NE, viz obr. 3, je úkolem studentů určit pravdivost uvedeného tvrzení. V některých testech probíhá vyhodnocení okamžitě po označení odpovědi (u složitějších otázek), jinde až po skončení celého testu.

Ve vznikajících materiálech jsou ve velké míře zastoupeny rovněž testy s tabulkovým výběrem, viz obr. 4, které jsou většinou zaměřeny na „natrénování“ základních pojmů, úprav, resp. výpočtů.

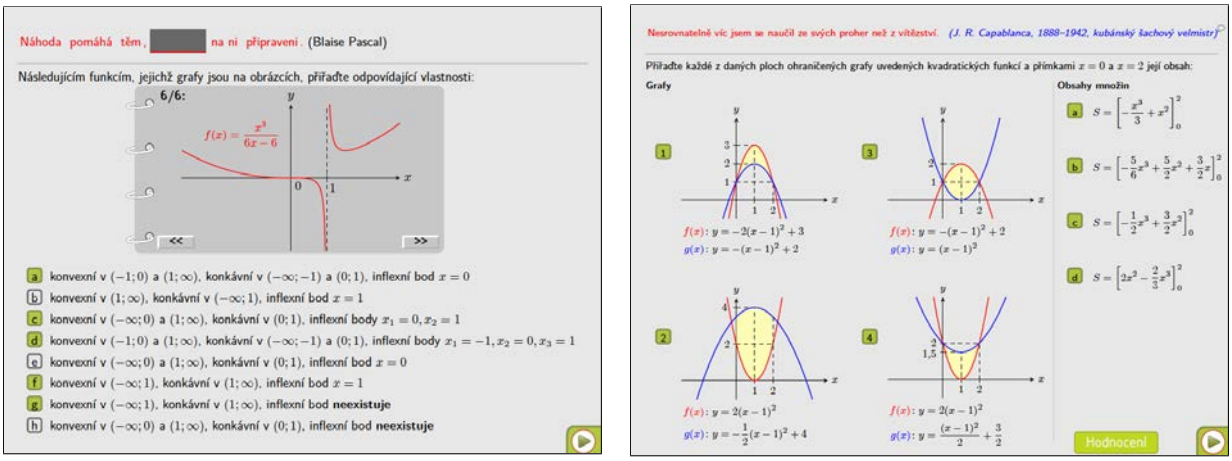
4.2 Párovací hry

Cílem hry je dobře spárovat nabízené otázky a odpovědi. Hráč postupně zaklikává políčko u jedné otázky a následně u jedné odpovědi až do zodpovězení všech otázek. Při nesprávném přiřazení (chybě) hráč získá trestný bod a pokračuje ve hře. Hra obsahuje buď stejný počet otázek a odpovědí nebo pro větší obtížnost je někdy nabízeno více odpovědí než otázek.

Většina párovacích her obsahuje navíc tajenku. Při každé správné odpovědi se odkryje jedno písmeno nebo slovo tajenky. Po odkrytí tajenky, kterou bývá citát nějakého slavného matematika, filozofa nebo politika, je v některých případech možno rozkrýt stránku s fotografií autora citátu, jeho stručným životopisem nebo zajímavostmi z jeho života.

Většina párovacích her je jednostránková. Pokud jsou však nabízené objekty rozměrnější (slovní úlohy, složitější obrázky), je hra zpracována metodou „listování“, kdy otázkami listujeme a odpovědi, z nichž vybíráme, jsou stále zobrazeny na ploše, viz obr. 5 vlevo.

Při každém novém otevření hry (PDF souboru) se zamíchají otázky a odpovědi, takže při opakovaném spouštění otevíráme „novou“ hru.



Obrázek 5: Párovací hra

4.3 Neriskuj

Hra Neriskuj, viz obr. 6, je obdobou televizní hry Riskuj. Hrací plocha je rozdělena do sloupců, které představují různé kategorie (témata) otázek a každé otázce je přiřazeno bodové ohodnocení dle obtížnosti - 100, 200 a 300 bodů. Hráč si dle svého uvážení vybírá otázky z různých témat a obtížnosti. Při kliknutí na vybrané políčko se zobrazí otázka s jednou správnou odpovědí, hráč označí odpověď, otázka je okamžitě vyhodnocena a hráči jsou body bud přičteny nebo odečteny. Celkové skóre je zobrazeno na hracím poli.

Každá hra typu Neriskuj je připravena ve dvou variantách. Varianta pro jednoho hráče se hodí zejména k samostatné domácí přípravě. Varianta pro dva hráče je naopak vhodná pro použití při výuce. Účastní se jí dva hráči, kteří se v odpovědích pravidelně střídají a soupeří navzájem. Vítězem se pochopitelně stává ten, který získá více bodů.

Modifikací hry Neriskuj je hra Poznej. Cílem není získat maximální počet bodů, ale odkrýt obrázek schovaný za tlačítky na hrací ploše. Odpoví-li hráč správně, je odkryta část obrázku za tlačítkem. V případě špatné odpovědi zůstává obrázek skrytý.

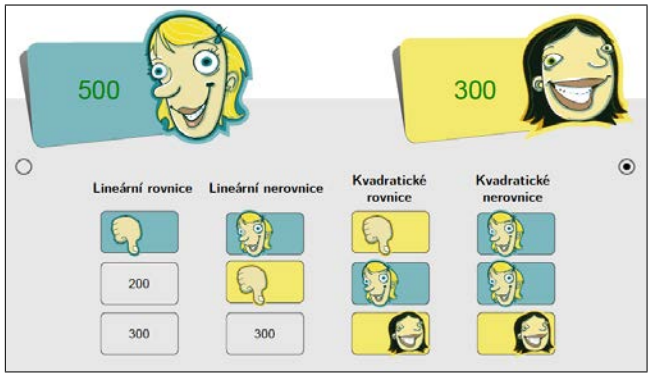
4.4 AZ kvíz

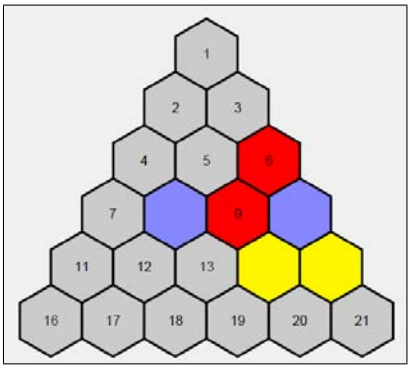
Tato hra pro dva hráče je obdobou televizní soutěže AZ kvíz. Při kliknutí na dané políčko se zobrazí otázka, hráč označí odpověd, otázka je okamžitě vyhodnocena a hráč buď políčko získává nebo ne. V případě, že neodpoví správně, je soupeři nabídnuta možnost odpovědět na tutéž otázku. Ten toho může využít nebo nemusí. Cílem je spojit cestou všechny strany trojúhelníka. O políčka nesprávně zodpovězených otázek se může kdykoliv losovat.

Učitelé si mohou vybrat AZ kvíz s 21 políčky (otázkami) nebo 28 políčky. Záleží na tom, kolik času chceme hře věnovat.

Zde bychom chtěli opět upozornit na to, že daný AZ kvíz se při každém novém otevření chová jako „nová“ hra. PDF dokument ve skutečnosti obsahuje mnohem více otázek než 21 nebo 28.

Z těchto otázek je při otevření PDF náhodně vybrán daný počet otázek a ty jsou náhodně přiřazeny jednotlivým políčkům.





Obrázek 6: Hra Neriskuj (varianta pro dva hráče) a AZ kvíz

5 Zkušenosti z výuky

Na několika praktických ukázkách chceme poskytnout uživateli několik tipů, jak lze vytvořené interaktivní materiály efektivně použít ve výuce.

Ukázka 1

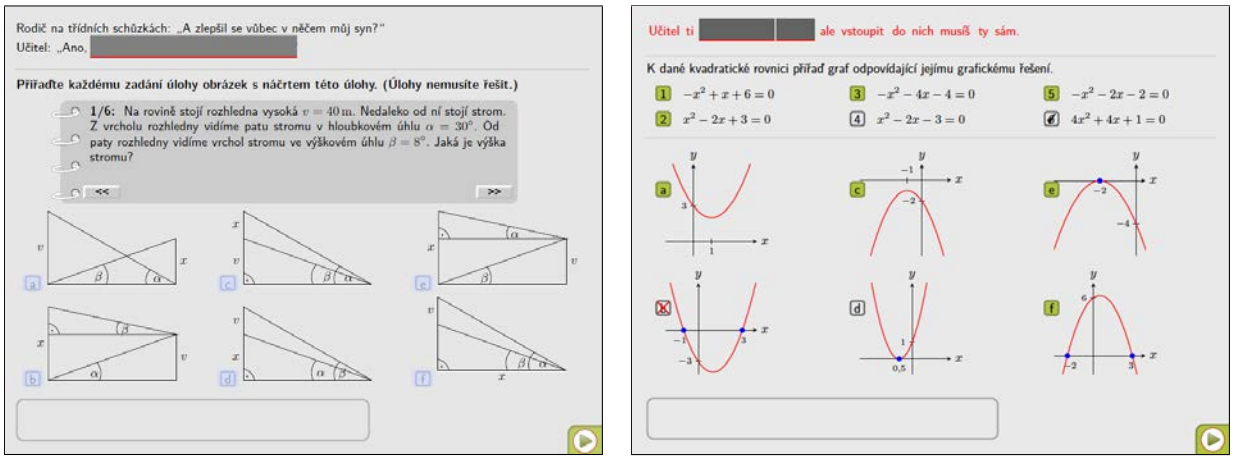
Při řešení trigonometrických aplikačních úloh bývá velice těžké naučit studenty vytvořit si správný obrázek potřebný k tomu, aby mohli zahájit řešení slovní úlohy. Nevědí, jak začít, a ani po několika pokusech si nejsou jisti, zda správně zachytili podmínky ze zadání. V uvedené listovací párovací hře, viz obr. 7, se mohou plně soustředit na nácvik jediné dovednosti – vzájemného přiřazení obrázku a zadání.

Ukázka 2

Při diskusi řešení kvadratické rovnice studenti často pouze mechanicky používají známé vzorce a unikají jim souvislosti s polohou grafu příslušné paraboly zadané stejným kvadratickým trojčlenem. Přiřazováním kvadratických rovnic a grafů parabol jistě dojde k upevnění povědomí o těchto souvislostech, viz obr. 7.

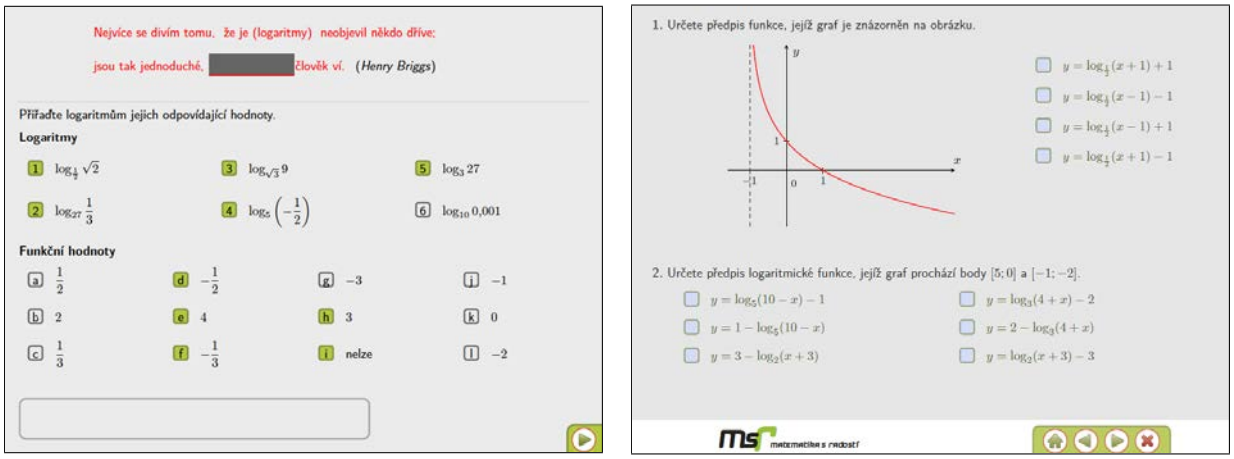
Ukázka 3

Při výuce potřebuje učitel v počáteční fázi výkladu sadu úloh, které efektivně procvičí určitý typ dovednosti, u níž je žádoucí, aby ji rychle zvládli všichni žáci. Po probrání tématu naopak potřebuje zadat sadu úloh, které mají komplexní charakter vzhledem k probírané látce a které žákovi



Obrázek 7: Hry k Ukázce 1 a Ukázce 2

pomohou shrnout poznatky související s probíraným tématem. Široký výběr testů a her vzniklých v rámci projektu umožňuje obojí – ukážeme to na příkladu látky o logaritmických funkcích a rovnicích. V první ukázce si student natrénuje pojem logaritmu, v závěrečné fázi probírání zmíněného tématu si může vyzkoušet komplexní test, viz obr. 8.

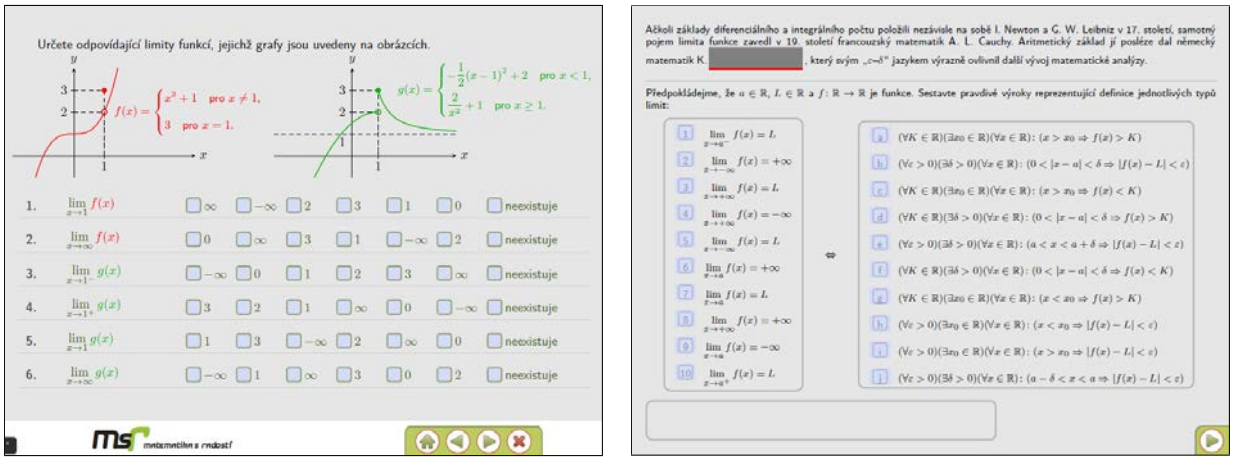


Obrázek 8: Hry k Ukázce 3

Ukázka 4

Výběr testů a her může vyučující podřídit kritériu výběru podle toho, na jakém druhu školy vyučuje, jak nadané žáky má ve třídě apod. Ukážeme to na příkladu určování různých druhů limit funkcí. Tam, kde stačí intuitivní chápání obsahu pojmů limita zprava/ zleva, vlastní/nevlastní limita, limita ve vlastním/nevlastním bodě, může vyučující použít hru s tabulkovým výběrem správné odpovědi

odkazující na znázorněný graf funkce (viz 9 – vlevo). Naopak, chce-li své žáky připravit k profilové maturitě, případně ke studiu vysoké škole s výrazným podílem studia matematiky, může učitel zařadit párovací hru, ve které student pracuje s ε–δ definicemi (viz 9 – vpravo).



Obrázek 9: Hry k ukázce 4

Podle našich dosavadních zkušeností můžeme pro praktické využití her a testů doporučit následující postup. V počáteční fázi je dobré studentům stáhnout soubor her a testů, jejichž zařazení považuje učitel za účelné. Studentům pak stačí pár ukázek a doporučení a budou s těmito materiály schopni pracovat samostatně. Mnozí si pak budou na webu projektu zkoušet řešit úlohy sami, ať už podle doporučení vyučujícího nebo podle náhodného výběru. Rozsah použití vytvořených interaktivních materiálů ve výuce je jistě limitován technickým vybavením škol. Není ale nezbytné je v plném rozsahu používat přímo ve vyučovací hodině. Atraktivita zpracování her studenta spíše přiláká k domácí přípravě než klasické studijní materiály.

Pro využití v hodině můžeme použít buď interaktivní tabuli, kdy student sám zaklikává správná řešení, nebo je možno materiály promítat na plátno. Pak žáci odpovídají a učitel označuje odpovědi. Máme-li k dispozici počítačovou učebnu, je možno některé hodiny matematiky realizovat u počítačů, kdy si žáci zkouší sami vyplňovat testy nebo párovací hry. Tato forma výuky žáky baví a výuku oživí.

6 Závěrem o technické realizaci

Všechny hry a testy jsou vytvářeny pomocí sázecího systému TEX a jeho balíčků. Takto vytvářené materiály mají pro tvůrce i uživatele mnoho výhod. Hlavní výhodu pro tvůrce představuje samotný systém, který umožňuje tvořit matematické dokumenty velmi vysoké typografické kvality. Vzhledem k tomu, že se jedná o open source systém, je volně dostupný, zdarma a jednotlivé balíčky lze libovolně dotvářet a modifikovat. Tak můžeme zcela měnit design her, testů, ovládacích tlačítek, vyskakovacích oken atd. Je možno modifikovat i vložené JavaScripty, které zajišťují funkčnost tlačítek, opravy testů a her, interaktivitu grafiky, vyhodnocují správnost odpovědí aj.

Interaktivní testy jsme tvořili pomocí kolekce volně šiřitelných LaTeXových maker nazvaných AcroTeX eDucation Bundle ([7]). Pro tvorbu párovacích her jsme použili balíček dps D. P. Storyho ([8]) a pro tvorbu her Neriskuj balíček jeopardy R. Mařík a ([6]). Oba tyto balíčky využívají maker AcroTeXu, pomocí nichž tvoříme testové otázky, které již v sobě obsahují prostředky pro kontrolu a vyhodnocování správnosti odpovědí. Všechna makra maximálně využívají možností JavaScriptů a formulářů v PDF formátu. Technika tvorby interaktivních testů pomocí systému AcroTeX je podrobně popsána v [2].

Většinu balíčků (dps.sty, jeopardy.sty) jsme výrazně vylepšili, některé v podstatě přeprogramovali. Výrazně jsme zlepšili práci s vrstvami v PDF nebo přidali možnost promíchávání otázek a odpovědí. Tj. při každém novém otevření párovací hry jsou otázky i odpovědi zobrazeny v jiném pořadí. U AZ kvízu je v PDF skryto např. 50 otázek, z nichž se při otevření PDF náhodně vybere 28 a ty se náhodně přiřadí jednotlivým políčkům. Při novém otevření PDF se tedy jedná o novou hru. Více se o práci s vrstvami, JavaScripty a formulářovými prvky dočtete v článcích [4] a [3] Roberta Mařík.

Doufáme, že materiály vytvořené v rámci našeho projektu přinesou uživatelům tu kýženou radost, kterou jsme si dali do názvu. Děkujeme rovněž všem, kteří nám zašlou své připomínky.

Reference

[1] PLCH, Roman, ŠARMANOVÁ, Petra. Math games - interactive teaching materials in PDF format. In: KAPOUNOVÁ, Jana, KOSTOLÁNYOVÁ, Kateřina. *Information and Communication Technology in Education*. Ostrava: University of Ostrava. 2012, s. 209–218. ISBN 978-80-7464-135-0.

[2] MAŘÍK, Robert, PLCH, Roman a ŠARMANOVÁ, Petra. Tvorba interaktivních testů pomocí systému AcroTeX. *Zpravodaj Československého sdružení uživatelů TeXu*. Praha: Československé sdružení uživatelů TeXu. 2010, vol. 20, no. 4, s. 266–291. ISSN 1211-6661 (tištěná verze), ISSN 1213-8185 (online verze).

[3] MAŘÍK, Robert. Vkládání JavaScriptů pdfLaTeXem prakticky. *Zpravodaj Československého sdružení uživatelů TeXu*. Praha: Československé sdružení uživatelů TeXu. 2007, vol. 2, no. 2, s. 72–83. ISSN 1211-6661.

[4] MAŘÍK, Robert. PdfLaTeX a tvorba nestatických elektronických dokumentů. *Zborník príspěvků konference OSSConf 2013*. Žilina, s. 17–24. ISBN 978-80-970457-3-9.

[5] POLÁK, Josef. *Názvy a značky školské matematiky*. Praha: SPN, 1988.

[6] MAŘÍK, Robert. CTAN [online]. 2010 [cit. 2013-11-22]. *The jeopardy package*. Dostupné z WWW: `http://www.ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/jeopardy.html`.

[7] STORY, Donald. CTAN [online]. 2012 [cit. 2013-11-22]. *AcroTEX*. Dostupné z WWW: http://ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/acrotex/.

[8] STORY, Donald. CTAN [online]. 2006 [cit. 2013-11-22]. *Dps*. Dostupné z WWW: http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/dps/.

[9] Projekt OPVK, reg. č. CZ.1.07/1.1.00/26.0042: *Matematika s radostí – vytvoření interaktivního vzdělávacího obsahu pro zvýšení zájmu o matematiku, radost z učení a zlepšení matematických dovedností*. Dostupné z WWW: http://msr.vsb.cz.

Petra Vondráková (Šarmanová)
Katedra aplikované matematiky, FEI, VŠB–Technická univerzita Ostrava,
17. listopadu ,708 33 Ostrava-Poruba
petra.vondrakova@vsb.cz

Eva Davidová
Wichterlovo gymnázium Ostrava-Poruba,
Čs.Exilu 669 ,708 00 Ostrava-Poruba
davidova@wigym.cz

Lada Stachovcová
Wichterlovo gymnázium Ostrava-Poruba,
Čs.Exilu 669 ,708 00 Ostrava-Poruba
stachovcova@wigym.cz