

HYPOTEČNÍ ÚVĚR

Splácení úvěru stejnými splátkami - konstantní anuita

ÚLOHA 2: Mladý manželský pár z příkladu 1 zvažuje jinou variantu pro splacení dluhu ve výši 2 500 000,-Kč. Uvažují o hypotečním úvěru, přičemž úroková sazba zůstává stejná, tj. 4,9%, ale doba splatnosti se prodlouží z 20 let na 30 let. Manželé uzavřou životní pojištění, kdy při dožití (po 20–ti letech od podpisu smlouvy) získají 980 600,-Kč. Předpokládají, že po 20 letech touto částkou splatí část dluhu. Určete

- výši roční polhůtní anuitní splátky hypotečního úvěru,
- která z variant je lepší. Zda varianta s dobou splatností 20 let nebo varianta s dobou splatností 30 let a splacení části úvěru pomocí životního pojištění.

Řešení:

ad a) Výše roční polhůtní anuitní splátka a umořovací plán

Platí rovnice $Dl = a \cdot v + a \cdot v^2 + a \cdot v^3 + \dots + a \cdot v^n$, kde $v = \frac{1}{1+i}$ je diskontní faktor, Dl počáteční výše úvěru, a anuita, i roční úroková sazba v procentech vyjádřená desetinným číslem.

Na pravé straně rovnice je konečná geometrická řada s kvocientem v a s prvním členem av . Po

uplatnění vzorce pro její součet dostaneme rovnici ve tvaru $Dl = \frac{a \cdot (1 - v^n)}{i}$;

$$Dl = \frac{a (1 - v^n)}{i} \quad (1)$$

kde $\frac{(1 - v^n)}{i}$ je tzv. zásobitel polhůtní.

Potom pro anuitu a platí vztah $a = \frac{Dl \cdot i}{(1 - v^n)}$.

► Úprava rovnice v Maple

Řešení krok za krokem:

1. Definujeme funkce, které odpovídají parametrům rovnice

restart;

Diskontní faktor:

$$v := i \rightarrow \frac{1}{1+i} :$$

Zásobitel polhůtní:

$$ani := (n, i) \rightarrow \frac{(1 - v(i)^n)}{i} :$$

Anuita:

$$an := (Dl, i, n) \rightarrow \frac{Dl \cdot i}{(1 - v(i)^n)} :$$

2. Zadáme konkrétní hodnoty vstupních proměnných úlohy

počáteční výše úvěru: $Dl := 2500000 :$

doba splatnosti (počet splátek): $n := 30 :$

roční úroková sazba: $i := 0.049 :$

3. Vypočítáme anuitu

$Anuita := an(Dl, i, n) = 160779,47$ Kč

4. Vytvoříme umořovací plán

Tabulku umořovacího plánu zobrazíme jako matici

Pro zjednodušení uložíme hodnotu anuity do proměnné a: $a := an(Dl, i, n);$

$160779,47$

(2)

$UP := matrix([['období', 'anuita', 'úrok', 'úmor', 'zůstatek'], [0, '', '', '', Dl], seq([j, a, a * (1 - v(i)^(n-j+1)), a * v(i)^(n-j+1), a * ani(n-j, i)], j=1..n-1), [n, a, a * (1 - v(i)), a * v(i), ''], ['', '', '', '', ''], ['', n * a, n * a - Dl, Dl, '']]);$

<i>období</i>	<i>anuita</i>	<i>úrok</i>	<i>úmor</i>	<i>zůstatek</i>
,00				2500000,00
1,00	160779,47	122500,00	38279,47	2461720,53
2,00	160779,47	120624,31	40155,17	2421565,36
3,00	160779,47	118656,70	42122,77	2379442,59
4,00	160779,47	116592,69	44186,79	2335255,80
5,00	160779,47	114427,53	46351,94	2288903,86
6,00	160779,47	112156,29	48623,18	2240280,68
7,00	160779,47	109773,75	51005,72	2189274,96
8,00	160779,47	107274,47	53505,00	2135769,96
9,00	160779,47	104652,73	56126,75	2079643,21
10,00	160779,47	101902,52	58876,96	2020766,25
11,00	160779,47	99017,55	61761,93	1959004,33
12,00	160779,47	95991,21	64788,26	1894216,07
13,00	160779,47	92816,59	67962,89	1826253,18
14,00	160779,47	89486,41	71293,07	1754960,11
15,00	160779,47	85993,04	74786,43	1680173,68
16,00	160779,47	82328,51	78450,96	1601722,72
17,00	160779,47	78484,41	82295,06	1519427,66
18,00	160779,47	74451,95	86327,52	1433100,14
19,00	160779,47	70221,91	90557,57	1342542,58
20,00	160779,47	65784,59	94994,89	1247547,69
21,00	160779,47	61129,84	99649,64	1147898,05
22,00	160779,47	56247,00	104532,47	1043365,58
23,00	160779,47	51124,91	109654,56	933711,02
24,00	160779,47	45751,84	115027,63	818683,39
25,00	160779,47	40115,49	120663,99	698019,40
26,00	160779,47	34202,95	126576,52	571442,88
27,00	160779,47	28000,70	132778,77	438664,10
28,00	160779,47	21494,54	139284,93	299379,17
29,00	160779,47	14669,58	146109,89	153269,28
30,00	160779,47	7510,19	153269,28	
	4823384,20	2323384,20	2500000,00	

(3)

Závěr:

Výše úroku činí $u := UP[34, 3] = 2323384,20$ Kč. To znamená, že za vypůjčení 2500000 Kč zaplatíme téměř stejnou částku.

Poznámky

1. V posledním řádku tabulky umořovacího plánu vidíme, kolik jsme za daný úvěr zaplatili na úrocích. Je zajímavé sledovat, jak výše této částky závisí na době splácení úvěru.

2. Doba splatnosti hypotečních úvěrů je 5 až 30 let. Přičemž tyto úvěry můžeme splácet pouze v pětiletých cyklech.

Příklad: Závislost výše zaplacených úroků na době splácení úvěru

Tabulka:

$$\text{matrix}([\text{'doba splácení'}, \text{seq}(j, j = 5 \dots 30, 5)], [\text{'úrok'}, \text{seq}(j * \text{an}(Dl, i, j) - Dl, j = 5 \dots 30, 5)]);$$

$$\begin{bmatrix} \text{doba splácení} & 5,00 & 10,00 & 15,00 & 20,00 & 25,00 & 30,00 \\ \text{úrok} & 379208,54 & 721910,37 & 1088456,55 & 1478180,88 & 1890187,49 & 2323384,20 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Řešení:

ad b) Která z variant je lepší - varianta s dobou splatností 20 let nebo varianta s dobou splatností 30 let a splacení části úvěru pomocí životního pojištění

doba splatnosti 20 let		doba splatnosti 30 let	
Zaplacený úrok (viz řešení Úlohy 1, umořovací plán)	1478180.88 Kč.	Zaplacený úrok po 20- ti letech splácení	$\sum_{l=3}^{22} UP[l, 3] =$ 1963137,16 Kč
Zůstatek	0 Kč	Zůstatek po 20-ti letech splácení	1247547.69 Kč
Rozdíl zaplacených úroků po 20-ti letech	$1963137.16 - 1478180.88 = 484956,28$ Kč		

Závěr:

Z uvedené tabulky vidíme, že lepší variantou je hypoteční úvěr s dobou splatnosti 20 let.