

## SPOŘENÍ

### Úloha 2

Jak dlouho je nutno spořit počátkem každého měsíce 500 Kč, aby uspořena částka byla ve výši 50 000 Kč při neměnné 3 %-ní roční úrokové sazbě a ročním připsování úroků?

### Řešení:

Při výpočtu délky doby spoření budeme vycházet ze vzorce pro kombinované spoření předlhuční

$$Sl = m \cdot x \cdot \left( 1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i};$$

$$Sl = \frac{m x \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(m+1) i}{m} \right) ((1+i)^n - 1)}{i} \quad (1)$$

kde  $Sl$  je naspořena částka,  $m$  je počet úložek během úrokového období (předpokládáme roční úrokové období),  $x$  je výše úložky na počátku každé  $m$ -tiny roku,  $i$  je roční úroková sazba vyjádřena desetinným číslem,  $n$  je doba spoření vyjádřena v letech. Hodnota  $n$  je, po vyjádření z (1), dána vztahem (2):

*restart;*

$$\text{solve} \left( Sl = m \cdot x \cdot \left( 1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \{n\} \right);$$

$$\left\{ n = \frac{\ln \left( \frac{2 Sl i + 2 m x + x i m + x i}{x (2 m + i m + i)} \right)}{\ln(1+i)} \right\} \quad (2)$$

### Řešení krok za krokem:

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

*restart;*

#### 1. Definujeme funkci $n(Sl, i, m, x)$ pro výpočet doby spoření

Pokud je přiřazovací příkaz ukončen dvojtečkou ( $:$ ) nebo středníkem ( $;$ ), provede se stisknutím klávesy <Enter>.

$$n := \text{unapply} \left( \text{solve} \left( Sl = m \cdot x \cdot \left( 1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}, n \right), Sl, i, m, x \right);$$

$$(Sl, i, m, x) \rightarrow \frac{\ln\left(\frac{2Sl i + 2mx + xim + xi}{x(2m + im + i)}\right)}{\ln(1 + i)} \quad (3)$$

## 2. Zadejme hodnoty parametrů $Sl, i, m, x$ dle zadání úlohy:

Uspořená částka:	$Sl := 50000 : \text{Kč}$
Roční úroková sazba:	$i := 0.03 : \%$
Počet úložek během úrokového období (1 rok):	$m := 12 :$
Výše měsíční úložky:	$x := 500 : \text{Kč}$

## 3. Dosazením do funkčního předpisu (3) vypočteme dobu spoření vyjádřenou v letech:

Pokud příkaz není ukončen středníkem (;) nebo dvojtečkou (:) a následuje za ním znak "rovná se" (=) a hodnota výrazu, postupujte při jeho provedení takto:

- Umístěte nad příkaz (výraz) ukazatel myši a stiskněte její pravé tlačítko.
- Z poskytnuté kontextové nabídky příkazů vyberte "Evaluate and Display Inline"  
(Zmáčknutí pravého tlačítka myši a výběr z nabídky lze nahradit stisknutím kombinace kláves <Ctrl>+<=>).
- Za výrazem se objeví znaménko "=" a jeho aktuální hodnota.

**Potřebná doba spoření činí  $n(Sl, i, m, x) = 7,44$  roků.**

## Závěr

Doba po kterou musíme ukládat na počátku každého měsíce 500 Kč při roční úrokové sazbě a ročním úročení, abychom uspořili částku 50 000 Kč je 7,44 let.

## Poznámky

1. Ve vzorci (1) se vyskytuje 5 parametrů:  $Sl, i, m, x$  a  $n$ . Úlohu můžeme modifikovat tak, aby vždy jeden parametr byl neznámou.

2. Vzorec (1) platí i v případě, že úrokové období je jiné než roční. Uvažujme například:

a) Měsíční úložky na začátku měsíce, čtvrtletní úrokové období, roční úrokovou sazbu  $iI$  a dobu spoření  $nI$  let.

Potom do vzorce dosazujeme  $m = 3$ ,  $i = \frac{iI}{4}$ ,  $n = 4 \cdot nI$ .

b) Uvažujme čtvrtletní úložky na počátku čtvrtletí, pololetní úrokové období roční úrokovou sazbu  $iI$  a dobu spoření  $nI$  let.

Potom do vzorce dosazujeme  $m = 2$ ,  $i = \frac{iI}{2}$ ,  $n = 2 \cdot nI$ .

3. Pokud během úrokového období dojde pouze k jedné úložce (buď na začátku úrokového období nebo na konci úrokového období), jedná se o dlouhodobé spoření (např. měsíční úložka  $a$  na konci měsíce), měsíční úrokové období, doba spoření je  $n$  let, roční úroková sazba  $i$  (vyjádřena jako desetinné číslo), potom naspořená částka  $S$  je dána vztahem:

$$S = a \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12 \cdot n} - 1}{\frac{i}{12}} \quad ; .$$

## Úlohy

1. Jakou částku musíme spořit počátkem každého čtvrtletí, aby uspořená částka byla ve výši 50 000 Kč při neměnné 3%-ní roční úrokové sazbě, pololetním připisování úroků a délce spoření 5 let?

2. Jaká musí být roční úroková míra, abychom za 6 let obdrželi na spořicímu účtu částku 100 000 Kč při měsíčních úložkách na počátku měsíce ve výši 1200 Kč a čtvrtletním připisování úroků?