

SPOŘENÍ

Úloha 3

Při stavebním spoření se spoří se státní podporou. Jestliže např. měsíční vklad činí 1700 Kč, pak se vždy 1. dubna následujícího roku připíše k naspořené částce státní příspěvek ve výši 3 000 Kč (státní příspěvek za poslední šestý rok je připsán rovnou na konci šestého roku). Jaké výše dosáhne naspořená částka po 6 letech, jestliže stavební spořitelna používá úrokovou míru 2 % p.a. s měsíčním připsováním.

Řešení:

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Nejdříve vypočteme částku, kterou naspoříme za 6 let při měsíčním vkladu 1700 Kč, úrokové míře 2 % p.a. a měsíčním připsováním úroků. Při výpočtu naspořené částky budeme vycházet ze vzorce

$$S = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i};$$

$$S = \frac{a \left((1+i)^n - 1 \right)}{i} \quad (1)$$

kde S je naspořená částka, a je výše měsíční úložky, i je měsíční úroková sazba vyjádřena desetinným číslem, n je doba spoření vyjádřena v měsících.

K této částce musíme ještě přičíst státní podpory, které se nám taky úročí, a to podle vzorce

$$FV = PV \cdot (1+i)^n;$$

$$FV = PV (1+i)^n \quad (2)$$

kde PV je současná hodnota státní podpory, i je měsíční úroková sazba vyjádřena desetinným číslem, n je počet měsíců uložení státní podpory, FV je hodnota státní podpory po n měsících

Řešení krok za krokem:

restart;

1. Definujeme funkce $S(a,i,n)$ pro výpočet naspořené částky a funkci $FV(PV,i,n)$ pro výpočet zúročení státních podpor:

Pokud je přiřazovací příkaz ukončen dvojtečkou (:) nebo středníkem (;), provede se stisknutím klávesy <Enter>.

$$S := \text{unapply}\left(a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}, a, i, n\right);$$
$$(a, i, n) \rightarrow \frac{a \left((1+i)^n - 1 \right)}{i} \quad (3)$$

Definujeme funkci $FV(PV, i, n)$, jejíž hodnotou je hodnota státní podpory po n měsících, jestliže PV je současná hodnota státní podpory a i je měsíční úroková sazba vyjádřena desetinným číslem.

$$FV := \text{unapply}(PV \cdot (1+i)^n, PV, i, n);$$
$$(PV, i, n) \rightarrow PV (1+i)^n \quad (4)$$

2. Zadejme hodnoty parametrů a, i, n dle zadání úlohy:

Pokud příkaz není ukončen středníkem (;) nebo dvojtečkou (:) a následuje za ním znak "rovná se" (=) a hodnota výrazu, postupujte při jeho provedení takto:

- 1) Umístěte nad příkaz (výraz) ukazatel myši a stiskněte její pravé tlačítko.
- 2) Z poskytnuté kontextové nabídky příkazů vyberte "Evaluate and Display Inline"
(Zmáčknutí pravého tlačítka myši a výběr z nabídky lze nahradit stisknutím kombinace kláves <Ctrl>+<=>).
- 3) Za výrazem se objeví znaménko "=" a jeho aktuální hodnota.

Výše měsíční úložky:

$$a := 1700 : \text{Kč}$$

Měsíční úroková sazba:

$$i := \frac{0.02}{12} : \%$$

Délka spoření v měsících:

$$n := 12 \cdot 6 = 72 \text{ měsíců}$$

3. Vypočteme celkovou naspořenou částku s využitím funkce (3)

Pokud budeme ke konci každého měsíce spořit částku 1700 Kč po dobu 6 let, při měsíčním připisování úroků a úrokové sazbě 0,02 % p.a., naspoříme částku $SC := S(a, i, n) = 129931,94$ Kč.

Při výpočtu celkové naspořené částky ale musíme ještě přičíst státní podpory, které se nám taky úročí, a to podle vzorce (2)

4. Vypočítáme zúročení státních podpor pomocí funkce (4)

Potom zúročení postupně všech šesti státních podpor, od první, která se úročí $5 \cdot 12 = 60$ měsíců, až po poslední šestou, která nepodléhá žádnému zúročení, lze vyjádřit následující posloupností:

$$\text{seq}(FV('PV', 'i', (6 - k) \cdot 12), k = 1 .. 6);$$
$$PV(1 + i)^{60}, PV(1 + i)^{48}, PV(1 + i)^{36}, PV(1 + i)^{24}, PV(1 + i)^{12}, PV \quad (5)$$

kde hodnota PV je u všech šesti podpor stejná a činí: $PV := 3000 : \text{Kč}$

a výše měsíční úrokové sazby i je: $i := \frac{0.02}{12} : \%$

Nyní, po opětovném zadání výše uvedeného příkazu "seq", dostaneme seznam jednotlivých zúročených státních podpor:

$$\text{seq}(FV(PV, i, (6 - k) \cdot 12), k = 1 .. 6);$$
$$3315,24, 3249,64, 3185,35, 3122,33, 3060,55, 3000,00 \quad (6)$$

Jejich součet potom činí $FVS := \text{sum}(FV(PV, i, (6 - k) \cdot 12), k = 1 .. 6) = 18933,11 \text{ Kč}$

Závěr

Po 6 letech spoření u stavební spořitelny obdržíme částku $S(a, i, n) + FVS = 148865,06 \text{ Kč}$.

Úlohy

1. Předpokládejme, že máme uzavřené stavební spoření před rokem 2004, např. v roce 2003. V tomto období se spořilo za následujících podmínek: doba spoření byla minimálně 5 let; jestliže měsíční vklad činil 1800 Kč, pak se vždy 1. dubna následujícího roku připsal k naspořené částce státní příspěvek ve výši 4500 Kč (předpokládejme, že státní příspěvek za poslední pátý rok je připsán rovnou na konci pátého roku). Jaké výše dosáhla naspořená částka po 5 letech, jestliže stavební spořitelna používala úrokovou míru 3% p.a. s měsíčním připisováním.

2. Jak by se změnila výše naspořené částky

a) u nových smluv stavebního spoření (smlouvy uzavřené po roce 2003),

b) u starých smluv stavebního spoření,

jestliže se změnila frekvence připisování úroků z měsíční na roční?