

SPOTŘEBITELSKÝ ÚVĚR

Úloha 1 - Koupě nového televizoru

Chceme si koupit nový televizor v hodnotě 10 000,-Kč. Banka nám půjčí, přičemž její úroková sazba činí 11%. Předpokládejme, že si půjčujeme na jeden rok a peníze zaplatíme najednou na konci roku. Dále předpokládejme, že banka si bere provizi za poskytnutí úvěru ve výši 400,-Kč a za správu a vedení účtu 200,-Kč ročně. Jaká je míra výnosnosti banky?

Řešení:

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Výše úroku, který bance ke konci roku zaplatíme

Pro výpočet míry výnosnosti musíme nejdříve určit výši úroku, který bance ke konci roku zaplatíme. Úroky určíme jednoduchým výpočtem s procenty takto: $u := 10000 \cdot 0.11 = 1100.00$ Kč.

Míra zisku

Míru zisku zjistíme na základě tzv. roční procentní sazby nákladů (ve finančnictví vedená pod zkratkou RPSN). RPSN zohledňuje vedle úrokové sazby i poplatky spojené s poskytnutím úvěru (např. poplatky za schválení a poskytnutí úvěru, poplatky za správu a vedení úvěru). Jedná se tedy o procentní sazbu, která vyjadřuje celkové roční průměrné náklady na daný úvěr.

Vzorec pro výpočet RPSN je $Dl = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}}$;

$$Dl = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}} \quad (1)$$

kde Dl je výše půjčky, k je číslo splátky, popřípadě poplatku, n je počet splátek, a_k je výše k -té splátky (do splátek zahrnujeme i veškeré poplatky spojené s půjčkou), t_k je interval, vyjádřený v počtu roků a ve zlomcích roků ode dne poskytnutí půjčky do dnů splátek nebo úhrad poplatků, i je hledaná RPSN.

Protože v našem případě je počet splátek $n = 1$ dostaneme ze vzorce (1) jednoduchou rovnici

$$Dl = a_0 + \frac{a_1}{1+i}.$$

Dle zadání dosadíme hodnoty do příslušných proměnných.

Pokud je přiřazovací příkaz ukončen dvojtečkou (:) nebo středníkem (;), provede se stisknutím klávesy <Enter>.

Pokud takto ukončen není a následuje za ním vypočítaná hodnota, postupujte při jeho provedení takto:

1) Umístěte nad příkaz (výraz) ukazatel myši a stiskněte její pravé tlačítko.

2) Z poskytnuté kontextové nabídky příkazů vyberte "Evaluate and Display Inline"

(Zmáčknutí pravého tlačítka myši a výběr z nabídky lze nahradit stisknutím kombinace kláves <Ctrl>+<=>).

3) Za výrazem se objeví znaménko "=" a jeho aktuální hodnota.

Výše půjčky:	$Dl := 10000 : \text{Kč}$
Doba splácení úvěru (roky):	$n := 1 : \text{rok}$
Počet splátek za rok:	$m := 1 :$
Výše splátky:	$a1 := 10000 : \text{Kč}$
Poplatek za vedení účtu:	$f := 200 : \text{Kč}$
Poplatek za schválení úvěru:	$a_0 := 400 : \text{Kč}$
Výše úroku:	$u := 10000 \cdot 0.11 = 1100.00 \text{ Kč}$
Celková výše splátky:	$a_1 := a1 + f + u = 11300.00 \text{ Kč}$
	$t_k := k :$

Vztah (1) bude mít po dosazení výše uvedených hodnot tvar následující rovnice (2):

$$Rov := Dl = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{(1+i)^k};$$
$$10000 = 400 + \frac{11300.00}{1+i} \quad (2)$$

Řešením rovnice (2) je potom hledaná míra zisku i :

$$mzi := solve(Rov, i);$$
$$0.1770833333 \quad (3)$$

Vyjádřeno v procentech, míra zisku banky činí $100 \cdot mzi = 17,71 \%$

Závěr

Zohledníme-li poplatky spojené s úvěrem, vzroste úroková sazba z 11 % na 17.7 %. Míra zisku banky

je tedy 17.7 %.

Poznámky

1. Banky a splátkové společnosti jsou povinny RPSN u spotřebitelských úvěrů uvádět. Tato povinnost se nevztahuje na určité druhy úvěrů. Ukazatel RPSN banky obvykle uvádějí, ale vesměs tak, aby si ho klienti na první pohled nevšimli. Dále si musíme uvědomit, že ve svých sazebnících banky uvádějí sazby minimální. To znamená, že uvedenou RPSN je velmi obtížné získat a v praxi klient zpravidla získá sazbu vyšší.

2. RPSN, na rozdíl od údajů, jako je roční úroková míra či navýšení, dokáže zachytit i časový průběh peněz. Říká se totiž, že koruna dnes má větší hodnotu než koruna zítra, protože dnešní koruna může být investována, aby okamžitě začala vydělávat.

Na následujícím příkladu ukážeme, že je důležité sledovat RPSN a ne úrokovou sazbu či navýšení.

Příklad - Koupě sušičky prádla

Chceme si koupit sušičku prádla v hodnotě 18 000 Kč. Pro získání potřebného kapitálu máme následující možnosti:

a) Bezhotovostní spotřebitelský úvěr s úrokovou sazbou 12 % p.a., s poplatkem 400 Kč za vyhodnocení žádosti o úvěr (poplatek je zaplacen při schválení žádosti), poplatkem 250 Kč ročně za správu úvěrového účtu (placeno na konci roku) a s jedinou splátkou na konci roku.

b) Spotřebitelský úvěr s úrokovou sazbou 12 % p.a., s poplatkem 400 Kč za vyhodnocení žádosti o úvěr (poplatek je zaplacen při schválení žádosti), poplatkem 250 Kč ročně za správu úvěrového účtu (placeno na konci roku) a s dvanácti splátkami, vždy na konci měsíce (uvažujeme měsíční připisování úroků).

c) Splátkový prodej, úvěr tzv. "1/10". Tento úvěr spočívá v tom, že zaplatíme v hotovosti 10 % z ceny zboží, další splátky jsou ve výši 10 % z ceny zboží a jejich počet je 10.

Řešení:

ad a)

Výše půjčky: $Dl := 18000 : \text{Kč}$

Doba splácení úvěru (roky): $n := 1 : \text{rok}$

Počet splátek za rok: $m := 1 :$

Poplatek za správu účtu: $f := 250 : \text{Kč}$

Poplatek za schválení úvěru: $a_0 := 400 : \text{Kč}$

Úroková sazba: $u := 12 : \%$

Celková výše splátky: $a_1 := a_0 + Dl + f + \frac{Dl \cdot u}{100} = 20810 \text{ Kč}$

Pokud bychom předpokládali, že dlužnou částku $Dl = 18000 \text{ Kč}$ zaplatíme celou i s úroky za jeden rok, koupě sušičky nás přijde na $a_1 := a_0 + Dl + f + \frac{Dl \cdot u}{100} = 20810 \text{ Kč}$. Navíc tak zaplatíme $a_1 - Dl = 2810 \text{ Kč}$.

ad b)

Výše půjčky: $Dl := 18000 : \text{Kč}$

Doba splácení úvěru (měsíce): $n := 12 : \text{měsíců}$

Poplatek za správu účtu: $f := 250 : \text{Kč}$

Poplatek za schválení úvěru: $a_0 := 400 : \text{Kč}$

Měsíční úroková sazba: $i := \frac{0.12}{12} :$

Diskontní faktor: $v := \frac{1}{1 + i} :$

Výši měsíční splátky vypočítáme v tomto případě podle vzorce $a = \frac{Dl \cdot i}{(1 - v^n)}$, kde i je měsíční úroková sazba, n je doba splatnosti v měsících, Dl je výše úvěru a v je diskontní faktor.

Pro výše uvedené hodnoty parametrů dostaneme výši měsíční splátky $a1 := \frac{Dl \cdot i}{(1 - v^n)} = 1599,28 \text{ Kč}$

V případě měsíčních splátek a měsíčního úrokového období bychom za sušičku prádla zaplatili částku $a_1 := 12 \cdot a1 + a_0 + f = 19841,34 \text{ Kč}$.

To znamená, že zaplatíme navíc $a_1 - Dl = 1841,34 \text{ Kč}$.

ad c)

Při koupi sušičky prádla zaplatíme na počátku 10 % z 18000 Kč, tj. $18000 \cdot 0.1 = 1800.0 \text{ Kč}$, a potom po dobu 10 měsíců budeme splácet každý měsíc 1800 Kč. Za zboží zaplatíme celkem 19 800 Kč, to je o 1800 Kč navíc.

Zhodnocení variant dle platby navíc

Pokud bychom se měli rozhodnout na základě výše uvedených výpočtů, volba padne jednoznačně na

splátkový prodej, úvěr „1/10“. U tohoto úvěru zaplatíme navíc nejmenší částku (1800 Kč). Nejvíce přeplatíme u jednorázového splacení (2 810 Kč).

Ukážeme, že tato zvolená varianta nemusí být nejlepší. Zdánlivě nejhorší volba, kdy činí celkové výdaje na sušičku **20 810 Kč**, totiž požaduje zaplatit na počátku roku pouze **400 Kč**. Zbytek **20 410 Kč** splácíme až na konci roku. Během roku můžeme peníze zhodnotit. Například, pokud máme založené stavební spoření, u kterého dosáhneme cílové částky až za rok, taková splátka na konci roku nám vyhovuje.

Rekněme, že smlouvu o stavebním spoření jsme založili na konci roku 2003, tzn. ještě za starých podmínek, dle nichž byla poskytována státní podpora 25% (maximálně však 4 500 Kč ročně), úročení vkladu je 3 % p.a., minimální doba spoření 5 let.

Místo abychom 18 000 Kč investovali do sušičky, uložíme je na začátku roku na náš účet stavebního spoření. Ke konci roku je nám připsán z této částky úrok ve výši 3 %, to je $18000 \cdot 0.03 = 540.00$ Kč a v dubnu následujícího roku obdržíme státní podporu ve výši $18000 \cdot 0.25 = 4500.00$ Kč. Za rok jsme zhodnotili 18 000 Kč na $18000 + 540 + 4500 = 23040$ Kč. Celkové náklady na sušičku při jednorázovém splacení jsou 20 810 Kč. Tím, že jsme počkali se splacením jeden rok, jsme vydělali $23040 - 20810 = 2230$ Kč.

Vidíme, že z nejhorší volby se stává volba nejlepší. Jak je to možné? Zapomněli jsme totiž na faktor času, který právě zohledňuje RPSN.

Nyní následuje výpočet RPSN pro každou z výše uvedených variant

ad a) V tomto případě použijeme vztah $Dl = a_0 + \frac{a_1}{1+i}$, kde hodnota i odpovídá hledané RPSN

restart :

Výše půjčky: $Dl := 18000 : \text{Kč}$

Poplatek za správu účtu: $f := 250 : \text{Kč}$

Poplatek za schválení úvěru: $a_0 := 400 : \text{Kč}$

Úroková sazba: $u := 12 : \%$

Celková výše splátky: $a_1 := Dl + f + \frac{Dl \cdot u}{100} = 20410 \text{ Kč}$

RPSN určíme řešením následující rovnice vzhledem k neznámé i :

$$Resi := fsolve\left(Dl = a_0 + \frac{a_1}{1+i}, i\right);$$

0.1596590909

(4)

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 15,97 \%$.

ad b) Pokud budeme splácet měsíčními splátkami ve výši 1599 Kč a poplatky zůstanou stejné, RPSN

je výsledkem řešení rovnice $Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{11} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}} + \frac{a_{12}}{1+i}$

	<i>restart :</i>
Výše půjčky:	$Dl := 18000 : \text{Kč}$
Poplatek za správu účtu:	$f := 250 : \text{Kč}$
Poplatek za schválení úvěru:	$a_0 := 400 : \text{Kč}$
Úroková sazba:	$u := 12 : \%$
Výše k-té splátky:	$a_k := 1599 : k = 1 \dots 11$
Poslední platba:	$a_{12} := 1599 + f :$

RPSN určíme řešením následující rovnice vzhledem k neznámé i :

$$Resi := fsolve \left(Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{11} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}} + \frac{a_{12}}{1+i}, i \right);$$

0.2020328719

(5)

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 20,20 \%$.

ad c) Pro úvěr „1/10“ od splátkové společnosti je RPSN řešením rovnice $Dl = \sum_{k=0}^{10} \frac{\frac{Dl}{10}}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}$

	<i>restart :</i>
Výše půjčky:	$Dl := 18000 : \text{Kč}$

RPSN určíme řešením uvedené rovnice vzhledem k neznámé i :

$$Resi := fsolve \left(Dl = \sum_{k=0}^{10} \frac{\frac{Dl}{10}}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i \right);$$

0.2627319130

(7)

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 26,27 \%$.

Závěr

Podle RPSN je nejvýhodnější varianta a), kterou jsme v případě zohlednění navýšení vzali jako nejhorší. Varianta c), kterou jsme považovali za nejlepší, vychází dle RPSN nejhůře.

Poznámka

Běžný občan si většinou zvolí možnost s nejmenším navýšením, neboť nesleduje tok peněz v čase. Takto můžeme postupovat jenom v případě rozhodování mezi variantami, jejichž všechny platby jsou v časové shodě.