

## SPOTŘEBITELSKÝ ÚVĚR

### Úloha 2 - Koupě nového modelu hi-fi věže

Mladí manželé si chtějí koupit nový model hifi věže. S touto koupí dlouho váhají, neboť nemají k dispozici dostatečně vysoký peněžní obnos. Jejich cesta do práce vede kolem billboardu splátkové společnosti, která nabízí půjčku s úrokovou sazbou 9,5 % , což se jim zdá velice výhodné. Nepostřehnou ovšem, že u údaje 9,5 % je malá hvězdička, která dává odkaz na RPSN, která dosahuje výše 15,93 %. Tento odkaz je samozřejmě umístěn v takové části billboardu, který Vám uniká po letmém přehlednutí celé reklamní plochy. Částka, kterou ke koupě potřebují je 25 000,- Kč. Rozhodnou se, že si tyto peníze u dané splátkové společnosti vypůjčí na 3 roky. Zjistěte jak velký je finanční dopad pro manžele při záměně úrokové sazby a RPSN (roční procentní sazba nákladů).

#### Řešení:

Ze zadání příkladu nejsou zřejmé následující skutečnosti: délka úrokového období, počet splátek během úrokového období a zda je splátka na začátku nebo na konci úrokového období, popř. na začátku nebo na konci  $m$ -tiny úrokového období. Můžeme tedy uvažovat následující varianty:

1. Roční úrokové období, jedna splátka za rok, a to vždy na konci roku.
2. Roční úrokové období, jedna splátka za rok, a to vždy na začátku roku.
3. Roční úrokové období,  $m$  pravidelných splátek za rok, a to vždy na konci  $m$ -tiny roku.
4. Roční úrokové období,  $m$  pravidelných splátek za rok, a to vždy na začátku  $m$ -tiny roku.
5. Úrokové období shodné s délkou  $m$ -tiny roku, ve které je uskutečněna splátka na začátku  $m$ -tiny roku.
6. Úrokové období shodné s délkou  $m$ -tiny roku, ve které je uskutečněna splátka na konci  $m$ -tiny roku.

Vzhledem k tomu, že v bankovní praxi je nejčastější měsíční splácení na konci měsíce a měsíční připisování úroků (varianta 6), budeme dále v textu z této skutečnosti vycházet. Abychom zjistili finanční dopad záměny úrokové sazby s RPSN musíme určit v obou případech výši měsíční splátky. Vycházíme ze vzorce (tento vzorec byl odvozen u hypotéčních úvěrů)

$$Dl = a \cdot \frac{1 - v^n}{i};$$

$$Dl = \frac{a(1 - v^n)}{i} \quad (1)$$

kde  $Dl$  je výše vypůjčené částky,  $a$  je měsíční splátka,  $i$  je měsíční úroková sazba,  $n$  doba splatnosti vyjádřena v měsících,  $v$  je diskontní faktor ( $v = \frac{1}{1 + i}$ ).

Řešení krok za krokem	
	<p>Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.</p> <p><i>restart;</i></p>
<p><b>1. Ze vzorce (1) vyjádříme výši měsíční splátky <math>a</math></b></p>	<p>Nejsnáze to uěláme tak, že na následující kopii výrazu (1) ukážeme myši, stiskneme pravé tlačítko a vybereme posloupnost příkazů "Solve - Isolate expression for a"</p> $Dl = a \cdot \frac{1 - v^n}{i} \xrightarrow{\text{isolate for a}} a = \frac{Dl \cdot i}{1 - v^n}$ <p>Pro účely dalších výpočtů je ale výhodnější definovat měsíční splátku <math>a</math> jako funkci čtyř proměnných <math>a(Dl, i, v, n)</math>. K tomu použijeme nejprve příkaz "solve" pro vyjádření <math>a</math> výrazem s proměnnými <math>Dl, i, v, n</math>. Ten potom převedeme na funkční předpis příkazem "unapply":</p> $\text{Vyz}_a := \text{solve}\left(Dl = a \cdot \frac{1 - v^n}{i}, a\right);$ $-\frac{Dl \cdot i}{-1 + v^n} \quad (2)$ <p><math>a := \text{unapply}(\text{Vyz}_a, Dl, i, v, n);</math></p> $(Dl, i, v, n) \rightarrow -\frac{Dl \cdot i}{-1 + v^n} \quad (3)$
<p><b>2. Dosazením do (3) vypočítáme výši měsíční splátky odpovídající pouze uvedené úrokové sazbě</b></p>	$Dl := 25000 : i := \frac{0.095}{12} : v := \frac{1}{1 + i} : n := 12 \cdot 3 :$ $au := a(Dl, i, v, n) = 800.8237105 \text{ Kč}$ <p>Za 3 roky by tak manželé zaplatili celkem <math>Au := 3 \cdot 12 \cdot au = 28829.65358 \text{ Kč}</math></p>
<p><b>3. Pro výpočet skutečné výše měsíční splátky, která odpovídá uvedené hodnotě RPSN, použijeme rovněž (3)</b></p>	<p>Tento výpočet se bude od předchozího lišit tím, že za <math>i</math> dosadíme dvanáctinu RPSN:</p>

$$Dl := 25000 : i := \frac{0.1593}{12} : v := \frac{1}{1+i} : n := 12 \cdot 3 :$$

$$aR := a(Dl, i, v, n) = 878.0620926 \text{ Kč}$$

Za 3 roky tak manželé ve skutečnosti zaplatí celkem  $AR := 3 \cdot 12 \cdot aR = 31610.23533$  Kč

## Závěr

V případě, že budeme uvažovat roční úrokovou sazbu 9.5 % , měsíční splátky na konci měsíce a měsíční připisování úroků, manželé zaplatí za 25 000 Kč částku  $Au = 28829.65358$  Kč.

V případě RPSN ve výši 15,93 % zaplatí za 25 000 Kč částku  $AR = 31610.23533$  Kč. Záměna úrokových sazeb by manželé stála  $AR - Au = 2780.58175$  Kč, což je přibližně desetina z vypůjčené částky.

## Poznámky

1. Při řešení jsme předpokládali měsíční úrokové období a měsíční splátky na konci měsíce. V případě ročního úrokového období a ročních splátek na konci roku (varianta 1), bude při určování výše splátky vycházet ze stejného vzorce, tj. (1) s tím, že  $Dl$  je výše vypůjčené částky,  $a$  je roční splátka,  $i$  je roční úroková sazba,  $n$  doba splatnosti vyjádřena v letech,  $v$  je diskontní faktor ( $v = \frac{1}{1+i}$ ).

2. V případě měsíčních splátek na konci měsíce a ročního úrokového období (varianta 3) bychom výši měsíční splátky vypočítali ze vzorce ' $Dl = m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{(m-1)}{2 \cdot m} \cdot i\right) \cdot \frac{1-v^n}{i}$ ';

$$Dl = \frac{m x \left(1 + \frac{1}{2} \frac{(m-1) i}{m}\right) (1-v^n)}{i} \quad (4)$$

kde  $Dl$  je výše vypůjčené částky,  $m$  je počet splátek během jednoho úrokového období (při měsíčních splátkách je  $m = 12$ ),  $x$  je výše  $m$ -té splátky,  $i$  je roční úroková sazba,  $n$  doba splatnosti vyjádřena v letech,  $v$  je diskontní faktor ( $v = \frac{1}{1+i}$ ). Všimněme si, že vzorec (4) je analogie vzorce (1) – místo

roční splátky  $a$  dosadíme naspořených  $m$  splátek během úrokového období, tj.

$$m \cdot x \cdot \left(1 + \frac{(m-1)}{2 \cdot m} \cdot i\right).$$

## Úlohy

1. Odvoďte vzorce pro výši splátky v případě variant 2, 4 a 5.

2. Pro určení výše splátky v případě zadané RPSN použijte vzorec pro výpočet RPSN (viz **Spotřebitelské úvěry / Úloha 1**).