

SPOTŘEBITELSKÝ ÚVĚR

Úloha 3 - Financování stavebních úprav

Rozhodli jsme se pro stavební úpravy v bytě. Po zhotovení rozpočtu na tyto úpravy jsme zjistili, že nám chybí ještě 30 000,-Kč. Máme možnost si tuto částku vypůjčit za těchto podmínek: Buď budeme každý měsíc splácet 1 077,- Kč po dobu tří let, tzn. 36 měsíčních splátek a nebo budeme každý měsíc splácet 660,- Kč po dobu 6 let, tzn. 72 měsíčních splátek. Banka si účtuje za vedení účtu 50,- Kč měsíčně a za schválení žádosti 0,8 % z vypůjčené částky, přičemž minimální výše poplatku za schválení úvěru je 400,- Kč. Jakou částku zaplatíme v obou dvou případech a co je pro nás výhodnější?

Řešení:

1. Výpočet částky, kterou zaplatíme za úvěr ve výši 30 000Kč

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Potom dosadíme hodnoty dle zadání do příslušných proměnných.

Výše půjčky: $Dl := 30000 : \text{Kč}$

Doba splácení úvěru (roky): $n1 := 3 : \text{roky}$

$n2 := 6 : \text{let}$

Počet splátek za rok: $m := 12 :$

Výše měsíční splátky: $a1 := 1077 : \text{Kč}$

$a2 := 660 : \text{Kč}$

Poplatek za vedení účtu (měsíční): $f := 50 : \text{Kč/měsíc}$

Poplatek za schválení žádost (v procentech): $u := 0.8 : \%$

Minimální poplatek za schválení úvěru: $um := 400 : \text{Kč}$

a) Splácení po dobu tří let

Počet splátek úvěru $n := n1 \cdot m;$

V případě splácení úvěru po dobu $n_1 = 3$ let, tj. $n = 36$ měsíců, měsíčními splátkami ve výši $a_1 = 1077$ Kč zaplatíme celkem $n \cdot a_1 = 38772$ Kč.

Dále k této částce musíme přičíst poplatky spojené s úvěrem – měsíční poplatky za vedení účtu a poplatek za schválení úvěru.

Poplatky za vedení úvěrového účtu činí $f = 50$ Kč/měsíc, tzn. za celou dobu splácení zaplatíme $n \cdot f = 1800$ Kč. Poplatek za schválení činí $u = 0.8\%$ z vypůjčené částky, tj. $\frac{u}{100} \cdot Dl = 240,00$ Kč. Vzhledem k tomu, že minimální výše poplatku je stanovena na $um = 400$ Kč, musíme vzít v úvahu právě tuto částku.

Celkové náklady na úvěr při splácení po dobu $n_1 = 3$ let jsou $n \cdot a_1 + n \cdot f + \max\left(um, \frac{u}{100} \cdot Dl\right) = 40972$ Kč.

b) Splácení po dobu šesti let

Počet splátek úvěru $n := n_2 \cdot m$;

72

(2)

Pokud budeme úvěr splácet $n_2 = 6$ let, tj. $n = 72$ měsíců, měsíčními splátkami ve výši $a_2 = 660$ Kč, zaplatíme celkem $n \cdot a_2 = 47520$ Kč. Poplatky spojené s úvěrem jsou $n \cdot f = 3600$ Kč (poplatky za vedení účtu) a $\max\left(um, \frac{u}{100} \cdot Dl\right) = 400$ Kč za schválení úvěru.

Celkové náklady na úvěr při splácení po dobu $n_2 = 6$ let činí $n \cdot a_2 + n \cdot f + \max\left(um, \frac{u}{100} \cdot Dl\right) = 51520$ Kč.

Závěr

Výše uvedené výpočty vedou k závěru, že je výhodnější splácet úvěr 3 roky, neboť za 30 000 Kč zaplatíme méně než při splácení 6 let. Abychom tento závěr potvrdili musíme vypočítat RPSN. Úvěr s nižší RPSN bude výhodnější.

2. Hledání výhodnější varianty

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Jak bylo uvedeno výše, za účelem správného rozhodnutí musíme vypočítat výši RPSN pro obě

uvedené možnosti. Budeme vycházet ze vzorce $Dl = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{(1+i)^k}$;

$$Dl = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}} \quad (3)$$

kde Dl je výše půjčky, k je číslo splátky, n je počet splátek, a_k je výše k -té splátky, která může obsahovat i poplatky spojené s půjčkou, t_k je doba, vyjádřená v příslušných zlomcích roku (v našem případě dvanáctiny), která uplyne ode dne poskytnutí půjčky do dne k -té splátky nebo úhrady poplatků, i je hledaná RPSN na spotřebitelský úvěr.

Dle zadání dosadíme hodnoty do příslušných proměnných.

Výše půjčky: $Dl := 30000 : \text{Kč}$

Doba splácení úvěru (roky): $n1 := 3 : \text{roky}$

$n2 := 6 : \text{let}$

Počet splátek za rok: $m := 12 :$

Výše měsíční splátky: $a1 := 1077 : \text{Kč}$

$a2 := 660 : \text{Kč}$

Poplatek za vedení účtu (měsíční): $f := 50 : \text{Kč/měsíc}$

Poplatek za schválení žádost (v procentech): $u := 0.8 : \%$

Minimální poplatek za schválení úvěru: $um := 400 : \text{Kč}$

a) Splácení po dobu tří let

Při výpočtu RPSN u úvěru s dobou splatnosti $n1 = 3$ roky budeme do vzorce (3) dosazovat následující parametry

Pokud je přiřazovací příkaz ukončen dvojtečkou (:) nebo středníkem (;), provede se stisknutím klávesy <Enter>.

Pokud takto ukončen není a následuje za ním vypočítaná hodnota, postupujte při jeho provedení takto:

1) Umístěte nad příkaz (výraz) ukazatel myši a stiskněte její pravé tlačítko.

2) Z poskytnuté kontextové nabídky příkazů vyberte "Evaluate and Display Inline"

(Zmáčknutí pravého tlačítka myši a výběr z nabídky lze nahradit stisknutím kombinace kláves <Ctrl>+<=>).

3) Za výrazem se objeví znaménko "=" a jeho aktuální hodnota.

Poplatek za schválení úvěru:

$$a_0 := \max\left(um, \frac{u}{100} \cdot Dl\right) = 400 \text{ Kč}$$

Výše měsíční splátky:

$$a_k := aI + f = 1127 \text{ Kč}$$

Počet splátek:

$$n := nI \cdot m = 36$$

Doby jednotlivých splátek:

$$t_k := \frac{k}{12} :$$

Index počtu splátek:

$$k = 1 \dots n :$$

Po dosažení obdržíme následující rovnici (4):

$$Dl = a_0 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}};$$

$$\begin{aligned} 30000 = 400 + & \frac{1127}{(1+i)^3} + \frac{1127}{(1+i)^{35/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{11/6}} + \frac{1127}{(1+i)^{1/4}} + \frac{1127}{(1+i)^{3/4}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{5/6}} + \frac{1127}{(1+i)^{11/12}} + \frac{1127}{1+i} + \frac{1127}{(1+i)^{13/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{7/6}} + \frac{1127}{(1+i)^{5/4}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{4/3}} + \frac{1127}{(1+i)^{17/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{3/2}} + \frac{1127}{(1+i)^{19/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{5/3}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{7/4}} + \frac{1127}{(1+i)^{23/12}} + \frac{1127}{(1+i)^2} + \frac{1127}{(1+i)^{25/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{13/6}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{9/4}} + \frac{1127}{(1+i)^{7/3}} + \frac{1127}{(1+i)^{29/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{5/2}} + \frac{1127}{(1+i)^{31/12}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{8/3}} + \frac{1127}{(1+i)^{11/4}} + \frac{1127}{(1+i)^{17/6}} + \frac{1127}{(1+i)^{1/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{1/6}} \\ & + \frac{1127}{(1+i)^{1/3}} + \frac{1127}{(1+i)^{5/12}} + \frac{1127}{\sqrt{1+i}} + \frac{1127}{(1+i)^{7/12}} + \frac{1127}{(1+i)^{2/3}} \end{aligned} \quad (4)$$

Rovnici (4) řešíme vzhledem k neznámé i (hledaná RPSN):

Rovnici budeme řešit numericky, proto použijeme příkaz "fsolve"

$$ia := fsolve\left(Dl = a_0 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i\right) :$$

Řešením této rovnice je RPSN ve tvaru desetinného čísla: $ia = 0.2408557041$, vyjádřeno v procentech RPSN činí $100 \cdot ia = 24,09 \%$.

b) Splácení po dobu šesti let

Při výpočtu RPSN u úvěru s dobou splatnosti $n_2 = 6$ let budeme do vzorce (3) dosazovat následující parametry

Poplatek za schválení úvěru: $a_0 := \max\left(um, \frac{u}{100} \cdot Dl\right) = 400 \text{ Kč}$

Výše měsíční splátky: $a_k := a_2 + f = 710 \text{ Kč}$

Počet splátek: $n := n_2 \cdot m = 72$

Doby jednotlivých splátek: $t_k := \frac{k}{12} :$

Index počtu splátek: $k = 1 .. n :$

Po dosazení obdržíme následující rovnici (5):

$$Dl = a_0 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}};$$

$$\begin{aligned}
 30000 = & 400 + \frac{710}{(1+i)^3} + \frac{710}{(1+i)^{35/12}} + \frac{710}{(1+i)^{11/6}} + \frac{710}{(1+i)^{37/12}} + \frac{710}{(1+i)^{19/6}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{1/4}} + \frac{710}{(1+i)^{41/12}} + \frac{710}{(1+i)^{13/4}} + \frac{710}{(1+i)^{10/3}} + \frac{710}{(1+i)^{7/2}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{43/12}} + \frac{710}{(1+i)^{11/3}} + \frac{710}{(1+i)^{3/4}} + \frac{710}{(1+i)^{5/6}} + \frac{710}{(1+i)^{11/12}} + \frac{710}{1+i} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{13/12}} + \frac{710}{(1+i)^{7/6}} + \frac{710}{(1+i)^{5/4}} + \frac{710}{(1+i)^{4/3}} + \frac{710}{(1+i)^{17/12}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{3/2}} + \frac{710}{(1+i)^{19/12}} + \frac{710}{(1+i)^{5/3}} + \frac{710}{(1+i)^{47/12}} + \frac{710}{(1+i)^4} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{15/4}} + \frac{710}{(1+i)^{23/6}} + \frac{710}{(1+i)^{49/12}} + \frac{710}{(1+i)^{25/6}} + \frac{710}{(1+i)^{17/4}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{55/12}} + \frac{710}{(1+i)^{14/3}} + \frac{710}{(1+i)^{7/4}} + \frac{710}{(1+i)^{9/2}} + \frac{710}{(1+i)^{13/3}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{53/12}} + \frac{710}{(1+i)^{19/4}} + \frac{710}{(1+i)^{29/6}} + \frac{710}{(1+i)^{59/12}} + \frac{710}{(1+i)^5} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{61/12}} + \frac{710}{(1+i)^{31/6}} + \frac{710}{(1+i)^{21/4}} + \frac{710}{(1+i)^{16/3}} + \frac{710}{(1+i)^{23/12}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^2} + \frac{710}{(1+i)^{25/12}} + \frac{710}{(1+i)^{13/6}} + \frac{710}{(1+i)^{9/4}} + \frac{710}{(1+i)^{7/3}} \\
 & + \frac{710}{(1+i)^{29/12}} + \frac{710}{(1+i)^{5/2}} + \frac{710}{(1+i)^{31/12}} + \frac{710}{(1+i)^{8/3}} + \frac{710}{(1+i)^{11/4}}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{710}{(1+i)^{17/6}} + \frac{710}{(1+i)^{65/12}} + \frac{710}{(1+i)^{1/12}} + \frac{710}{(1+i)^{1/6}} + \frac{710}{(1+i)^{1/3}} \\
& + \frac{710}{(1+i)^{5/12}} + \frac{710}{\sqrt{1+i}} + \frac{710}{(1+i)^{7/12}} + \frac{710}{(1+i)^{2/3}} + \frac{710}{(1+i)^{11/2}} + \frac{710}{(1+i)^{67/12}} \\
& + \frac{710}{(1+i)^{17/3}} + \frac{710}{(1+i)^{23/4}} + \frac{710}{(1+i)^{35/6}} + \frac{710}{(1+i)^{71/12}} + \frac{710}{(1+i)^6}
\end{aligned}$$

$$ib := fsolve \left(Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{72} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i \right) :$$

Řešením této rovnice je RPSN ve tvaru desetinného čísla: $ib = 0.2200875110$, vyjádřeno v procentech RPSN činí $100 \cdot ib = 22,01$ %.

Závěr

RPSN je nižší u úvěru s dobou splatností 6 let, tudíž je pro nás výhodnější splácet úvěr 6 let. Tento závěr je v rozporu s výše uvedeným závěrem. Jak je to možné? Zapomněli jsme totiž na faktor času. RPSN na rozdíl od údajů jako je roční úroková míra či navýšení dokáže zachytit i časový průběh půjčky. Při splacení úvěru po dobu 6 let je sice navýšení větší, ale peníze jsou nám poskytnuty na delší dobu a splátky jsou nižší, takže nezatěžují tolik rodinný rozpočet. Tyto dvě skutečnosti můžeme označit za jakousi službu, kterou nám banka poskytuje. Tato služba je lepší než u úvěru s dobou splatností 3 roky. Běžný občan si většinou zvolí horší službu (tzn. vyšší RPSN) a nejmenší navýšení, neboť nesleduje tok peněz v čase.

Poznámka

Abychom mohli rozhodnout o výhodnosti toho či onoho úvěru bez výpočtu RPSN, pouze na základě navýšení, musely by být všechny platby spojené s jednotlivými úvěry v časové shodě