

SPOTŘEBITELSKÝ ÚVĚR

Úloha 4 - Koupě DVD rekordéru

Mladá rodina si chce pořídit DVD rekordér v hodnotě 9 900,-Kč. Má možnost se rozhodnout mezi třemi splátkovými společnostmi, které mají následující podmínky:

- a) První splátková společnost nabízí klientovi variantu desetina, tzn. že klient zaplatí pouze 10% z ceny zboží. Následně od příštího měsíce v 10 stejných měsíčních splátkách (výše každé této splátky se rovná 10% z ceny zboží) splatí celou výši úvěru.
- b) Druhá splátková společnost nabízí variantu odklad splátek o 3 měsíce bez navýšení. Tato varianta spočívá v tom, že rodina zaplatí přímou platbou 10% hodnoty zboží. Zbytek dluhu má možnost splatit bez navýšení do 3 měsíců od uzavření smlouvy bez započítání úroků a poplatků. Mladá rodina nemá na zaplacení těchto tří splátek, tudíž zvolí druhou možnost splácení v případě této varianty, a to klient zaplatí okamžitě 10% z ceny zboží a první splátka je odložena o 3 měsíce od uzavření smlouvy (během těchto 3 měsíců neplatí úroky). Po uplynutí 3 měsíců zaplatí mladá rodina 12 splátek ve výši 10,43% ze zůstatkové ceny zboží.
- c) Třetí splátková společnost nabízí variantu desítka+. Mladá rodina v rámci této varianty zaplatí 10% z ceny zboží a dále 22 splátek ve výši 5% z ceny zboží.

Řešení:

Při rozhodování o splátkové společnosti se budeme řídit výší RPSN. Pro nákup zboží si zvolíme

společnost s nejnižší RPSN. Budeme vycházet ze vzorce $Dl = \sum_{k=0}^m \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}}$;

$$Dl = \sum_{k=0}^m \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}} \quad (1)$$

kde Dl je výše půjčky, k je číslo splátky, m je počet splátek, a_k je výše k -té splátky a může obsahovat i poplatky spojené s půjčkou, t_k je interval, vyjádřený v počtu roků a ve zlomcích roku, ode dne poskytnutí půjčky do dnů splátek nebo úhrad poplatků, i je hledaná RPSN na spotřebitelský úvěr.

ad a)

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Pokud je přiřazovací příkaz ukončen dvojtečkou (:) nebo středníkem (;), provede se stisknutím klávesy <Enter>. Pokud takto ukončen není a následuje za ním vypočítaná hodnota, postupujte při jeho provedení takto:

1) Umístěte nad příkaz (výraz) ukazatel myši a stiskněte její pravé tlačítko.

2) Z poskytnuté kontextové nabídky příkazů vyberte "Evaluate and Display Inline"

(Zmáčknutí pravého tlačítka myši a výběr z nabídky lze nahradit stisknutím kombinace kláves <Ctrl>+<=>).

3) Za výrazem se objeví znaménko "=" a jeho aktuální hodnota.

Výše půjčky: $Dl := 9900 : \text{Kč}$

Počáteční splátka (%): $p := 10 : \%$

Počáteční splátka (Kč): $a_0 := \frac{p}{100} \cdot Dl = 990 \text{ Kč}$

Výše k-té splátky: $a_k := 990 : k = 1 \dots 10$

Počet splátek: $m := 10 :$

Čas k-té splátky: $t_k := \frac{k}{12} : k = 0 \dots 10$

1.splátková společnost vyžaduje zaplatit okamžitě $p = 10\%$ z ceny zboží, což je $\frac{p}{100} \cdot Dl = 990 \text{ Kč}$.

Potom klient platí každý měsíc $p = 10\%$ z ceny zboží ($\frac{p}{100} \cdot Dl = 990 \text{ Kč}$) po dobu $m = 10$ měsíců.

Celkem zaplatí $\frac{m \cdot p}{100} \cdot Dl + \frac{p}{100} \cdot Dl = 10890 \text{ Kč}$.

Pro výpočet RPSN uijeme vzorec (1), který pro výše uvedené hodnoty představuje následující rovnici s neznámou i :

$$Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{10} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}};$$

$$9900 = 990 + \frac{990}{(1+i)^{1/12}} + \frac{990}{(1+i)^{1/6}} + \frac{990}{(1+i)^{1/4}} + \frac{990}{(1+i)^{1/3}} + \frac{990}{(1+i)^{5/12}} \quad (2)$$

$$+ \frac{990}{\sqrt{1+i}} + \frac{990}{(1+i)^{7/12}} + \frac{990}{(1+i)^{2/3}} + \frac{990}{(1+i)^{3/4}} + \frac{990}{(1+i)^{5/6}}$$

Rovnici (2) řešíme numericky použitím příkazu "fsolve":

$$Resi := fsolve \left(Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{10} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i \right);$$

0.2627319130 (3)

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 26,27 \%$.

ad b)

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Výše půjčky:	$Dl := 9900 : \text{Kč}$
Počáteční splátka (%):	$p := 10 : \%$
Počáteční splátka (Kč):	$a_0 := \frac{p}{100} \cdot Dl = 990 \text{ Kč}$
Další splátky (%):	$z := 10.43 : \%$
Počet dalších splátek:	$m := 12 :$
Výše k-té splátky:	$a_k := 0.01 \cdot z \cdot (Dl - a_0) = 929,31 \text{ Kč}$
Čas k-té splátky:	$t_k := \frac{k}{12} : k = 0 .. 10$

2.splátková společnost vyžaduje zaplatit také okamžitě $p = 10 \%$ z ceny zboží, což je $0.01 \cdot p \cdot Dl = 990.00 \text{ Kč}$. Po třech měsících chce zaplatit v $m = 12$ splátkách ve výši $z = 10.43 \%$ zůstatkové ceny zboží zbytek.
Zůstatková cena zboží po zaplacení přímé platby $a_0 = 990 \text{ Kč}$ je $Dl - a_0 = 8910 \text{ Kč}$ a $z = 10.43 \%$ z této částky je $0.01 \cdot z \cdot (Dl - a_0) = 929,31 \text{ Kč}$.
To znamená, že mladá rodina zaplatí $m = 12$ krát tuto částku, tj. $12 \cdot a_k = 11151.7560 \text{ Kč}$. Celkem za vypůjčení $Dl = 9900 \text{ Kč}$ zaplatí $a_0 + 12 \cdot a_k = 12141,76 \text{ Kč}$

RPSN opět vypočítáme jako neznámou i ze vztahu (1). Vzhledem ke třem odloženým splátkám však

budeme uvažovat 15, z nichž první tři budou nulové. Proto, kromě výše uvedených hodnot Dl, a_0, a_k dosadíme následující parametry $m := 15 : a_1 := 0 : a_2 := 0 : a_3 := 0 : t_k := \frac{k}{12} : k = 0..15$.

Příslušná rovnice má následující tvar (4):

$$Dl = a_0 + \sum_{k=4}^{15} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}};$$

$$9900 = 990 + \frac{929.3130000}{(1+i)^{1/3}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{5/12}} + \frac{929.3130000}{\sqrt{1+i}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{7/12}} \quad (4)$$

$$+ \frac{929.3130000}{(1+i)^{2/3}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{3/4}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{5/6}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{11/12}} + \frac{929.3130000}{1+i}$$

$$+ \frac{929.3130000}{(1+i)^{13/12}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{7/6}} + \frac{929.3130000}{(1+i)^{5/4}}$$

Rovnici (4) řešíme numericky použitím příkazu "fsolve":

$$Resi := fsolve \left(Dl = a_0 + \sum_{k=4}^{15} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i \right);$$

0.3335008638 (5)

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 33,35 \%$.

ad c)

Na začátku provedeme inicializaci proměnných jejich vynulováním příkazem "restart". To oceníme při opakovaném použití dokumentu.

restart;

Výše půjčky:	$Dl := 9900 : \text{Kč}$
Počáteční splátka (%):	$p := 10 : \%$
Počáteční splátka (Kč):	$a_0 := \frac{p}{100} \cdot Dl = 990 \text{ Kč}$
Výše k-té splátky (%):	$z := 5 : \%$
Výše k-té splátky (Kč):	$a_k := \frac{z}{100} \cdot Dl = 495 \text{ Kč}$
Počet splátek:	$m := 22 :$
	$t_k := \frac{k}{12} :$

Čas k-té splátky:

3. splátková společnost vyžaduje stejně jako předchozí dvě splátkové společnosti zaplatit okamžitě 10% z ceny zboží, což je $0.01 \cdot p \cdot Dl = 990.00$ Kč. Poté bude následovat zaplacení $m = 22$ splátek ve výši $z = 5\%$ z ceny zboží, tj. $0.01 \cdot z \cdot Dl = 495.00$ Kč. Celkem zaplatí mladá rodina $m \cdot a_k + a_0 = 11880$ Kč.

Pro určení RPSN použijeme vzorec (1), který má pro uvedené hodnoty parametrů tvar následující rovnice (6):

$$Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{22} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}};$$
$$9900 = 990 + \frac{495}{(1+i)^{1/12}} + \frac{495}{(1+i)^{1/6}} + \frac{495}{(1+i)^{1/4}} + \frac{495}{(1+i)^{1/3}} + \frac{495}{(1+i)^{5/12}} \quad (6)$$
$$+ \frac{495}{\sqrt{1+i}} + \frac{495}{(1+i)^{7/12}} + \frac{495}{(1+i)^{2/3}} + \frac{495}{(1+i)^{3/4}} + \frac{495}{(1+i)^{5/6}} + \frac{495}{(1+i)^{11/12}}$$
$$+ \frac{495}{1+i} + \frac{495}{(1+i)^{13/12}} + \frac{495}{(1+i)^{7/6}} + \frac{495}{(1+i)^{5/4}} + \frac{495}{(1+i)^{4/3}} + \frac{495}{(1+i)^{17/12}}$$
$$+ \frac{495}{(1+i)^{3/2}} + \frac{495}{(1+i)^{19/12}} + \frac{495}{(1+i)^{5/3}} + \frac{495}{(1+i)^{7/4}} + \frac{495}{(1+i)^{11/6}}$$

Rovnici (6) řešíme numericky použitím příkazu "fsolve":

$$Resi := fsolve \left(Dl = a_0 + \sum_{k=1}^{22} \frac{a_k}{(1+i)^{\frac{k}{12}}}, i \right);$$
$$0.2413548546 \quad (7)$$

Výše RPSN vyjádřená v procentech činí $100 \cdot Resi = 24,13\%$.

Závěr

Pokud by mladá rodina nesledovala časovou hodnotu peněz, pravděpodobně by se rozhodla pro splátkovou společnost s nejnižším navýšením, to je 1. společnost. Pokud se bude rozhodovat podle RPSN, zvolí 3. splátkovou společnost, která nabízí variantu desítka+, neboť tato splátková společnost nabízí úvěr s nejnižší RPSN.

Poznámka

Při rozhodování mezi dvěma či více nabídkami úvěru se běžný občan řídí výší navýšení úvěru. Volí úvěr s nejnižším navýšením. Toto rozhodnutí je správné, jestliže všechny platby spojené s jednotlivými úvěry jsou v časové shodě. V našem případě tomu tak není, tudíž volba s nejnižším navýšením by nebyla správná.

Úlohy

1. Rozhodli jsme se pro koupi nové pračky v ceně 8 970 Kč. Rozhodujeme se mezi 2 splátkovými společnostmi. První splátková společnost nabízí tzv. variantu 10 a půl: ihned zaplatíme 5% z ceny zboží, poté bude následovat 10 měsíčních splátek (na konci měsíce) ve výši 10 % z původní ceny zboží. Druhá splátková společnost nabízí tuto možnost: přímá platba ve výši 15% z ceny zboží, poté následuje 9 splátek měsíčně (na konci měsíce) ve výši 10 % z původní ceny zboží. Pro jakou splátkovou společnost se rozhodnem?

2. Honza si chce pořídit nové kvalitní horské kolo v hodnotě 30 000 Kč. Nemá ovšem hotovost na jeho pořízení. Pro získání finančních prostředků má na výběr: buď si u banky vezme bezhotovostní spotřebitelský úvěr, u něhož je úroková sazba 14,5 % p. a., doba splatnosti je jeden rok, měsíční splátky na konci měsíce, roční úročení. Dále za schválení úvěru zaplatí 0,8 % z požadované částky (minimálně 400 Kč, maximálně 7 000 Kč), za vedení úvěrového účtu zaplatí 49Kč/měsíc. Nebo si pořídí kolo prostřednictvím splátkové společnosti, která vyžaduje zaplatit přímou platbu ve výši 25 % z ceny zboží a poté 8 splátek ve výši 10 % z původní ceny zboží. Co je pro Honzu výhodnější?