

OHLÉDNUTÍ ZA SEDMI PODOBAMI BADATELSKY ORIENTOVANÉHO VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

Libuše Samková

Abstrakt

Tento příspěvek navazuje na třídišnou sérii Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice přednesenou na Setkání v roce 2014. V první části příspěvku se vracíme k podobě dané prostředím a představujeme podrobně ještě jedno aritmetické prostředí podněcující badatelské aktivity. V druhé části shrnujeme naše zkušenosti s badatelsky orientovaným vyučováním matematice v univerzitní přípravě budoucích učitelů 1. stupně ZŠ.

1 ÚVOD

V sérii příspěvků *Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice* [4, 5, 12] jsme představili Deweyovu definici bádání a na jejím základě roztříдили úlohy podněcující bádání z hlediska charakteru vstupních informací. Představili jsme tak úlohy minimalistické, graduující, dynamické, kompaktní, vizualizované, dané prostředím a dané strukturou. Pro badatelské aktivity dané prostředím jsme nabídli prostředí geometrické (pravidelná trojúhelníková síť) i aritmetické (číselné trojúhelníky).

V první části tohoto příspěvku se k badatelským úlohám daným prostředím ještě vrátíme a představíme aritmetické prostředí číslicové kartičky a jeho možnosti z pohledu badatelsky orientovaného vyučování. V druhé části příspěvku shrneme naše zkušenosti s badatelsky orientovaným vyučováním matematice v univerzitní přípravě budoucích prvostupňových učitelů.

2 PROSTŘEDÍ ČÍSLICOVÉ KARTIČKY

Papírové kartičky s číslicemi od 0 do 9 (viz obr. 1) jsou běžnou součástí vyučování na 1. stupni ZŠ, nemusíme je tedy výrazněji představovat. Prvoplánově slouží v 1. třídě jako pomůcka pro seznamování se s jednotlivými číslicemi a při nácviu sčítání a odčítání do 10. Při vhodně zvolených úkolech lze tyto kartičky využít pro bádání nejen s žáky na 1. stupni ZŠ, ale i na vyšších stupních škol či v přípravě budoucích učitelů.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Obr. 1: Kartičky s číslicemi od 0 do 9

Různé sady úkolů s kartičkami uvádí např. Kirkby [1, 2], Krejčová [3], Ulm [14] či Stacey, a kol. [11]. Většinou se jedná o úlohy související se zápisem přirozených čísel v desítkové soustavě.

Při práci s číslicovými kartičkami je možné soustředit se pouze na zápis čísel, např.

Připrav si kartičky 0, 4, 7.

Poskládej z nich nějaké 2-ciferné nebo 3-ciferné číslo.

Kolik takových čísel existuje?

Poskládej z nich číslo, které je co možná nejbližší k číslu 37.

K číslu 58, 59, 16, 91, 72, 23, ...

Má některá úloha více řešení?

Co se změní, když budeš hledat čísla, která jsou co možná nejdále od zadaných čísel?

Z kartiček 1 až 9 si libovolně vyber 4 kartičky.

Najdi největší 4-ciferné číslo, které z nich můžeš poskládat.

Najdi nejmenší 4-ciferné číslo, které z nich můžeš poskládat.

Vyber si jiné 4 kartičky a opět najdi největší a nejmenší číslo, které z nich můžeš poskládat.

Co se změní, když jedna z kartiček bude 0?

Větší prostor pro badatelské aktivity nabízí zapojení operací s čísly, např.

Z kartiček 1 až 9 si libovolně vyber 4 kartičky.

Poskládej z nich dvě 2-ciferná čísla.

Najdi taková, aby byla co nejbližší sobě.

Najdi taková, aby byla co nejdále od sebe.

Najdi taková, aby jejich součet byl co největší.

Najdi taková, aby jejich součin byl co nejmenší.

Najdi taková, aby jejich součet byl co nejbližší číslu 50.

Najdi taková, aby jejich rozdíl byl co nejbližší číslu 20.

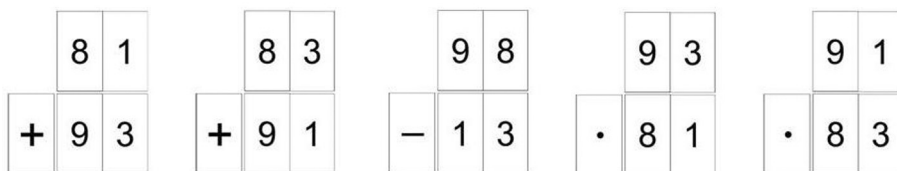
Najdi taková, aby jejich podíl byl co nejbližší číslu 2.

Má některá úloha více řešení?

Vyber si jiné 4 kartičky.

Co se změní, když jedna z kartiček bude 0?

U úloh na extrémní součet, rozdíl či součin se nám osvědčilo pokládání kartiček do schémat odpovídajících algoritmům písemného sčítání, odčítání a násobení (viz obr. 2).



Obr. 2: Schémata pro kartičky 1, 3, 8 a 9. Zleva: dvě ze čtyř správných řešení úlohy na maximální součet, jediné řešení úlohy na maximální rozdíl, časté chybné řešení úlohy na maximální součin, jedno ze dvou správných řešení úlohy na maximální součin

Prostředí číslicových kartiček je také možné využít k rozvíjení schopnosti argumentovat a zobecňovat, např. prostřednictvím návodných otázek

Jak bys obecně popsal postup, který vede k nalezení největšího 4-ciferného čísla?

Jak bys obecně popsal postup, který vede k nalezení nejmenšího 4-ciferného čísla?

Jak bys obecně popsal postup, který vede k nalezení dvou 2-ciferných čísel, která jsou co nejbližší sobě?

Jaké 4 kartičky bys musel vybrat a jaká dvě 2-ciferná čísla z nich poskládat, aby jejich součet byl nejmenší ze všech možných?

Jaké 4 kartičky bys musel vybrat a jaká dvě 2-ciferná čísla z nich poskládat, aby jejich rozdíl byl největší ze všech možných?

V rámci matematických kurzů pro budoucí prvostupňové učitele se zabýváme i číselnými soustavami o základu různém od 10 (nedesítkovými soustavami), chápeme je jako didaktický prostředek k lepšímu pochopení podstaty desítkové soustavy. Výše uvedené úlohy s číslicovými kartičkami je možné řešit i v těchto

soustavách, jen se vždy změnil rozsah kartiček, ze kterých můžeme vybírat (např. v soustavě o základu 5 budeme pracovat pouze s kartičkami 0, 1, 2, 3, 4). Velice podnětnou se v této souvislosti jeví otázka

Změní se nějak strategie řešení při změně základu číselné soustavy?

Číslicové kartičky je možné využít i v úlohách souvisejících se zápisem zlomků, resp. s operacemi se zlomky, např.

Připrav si kartičky 1, 5, 6, 7.

Poskládej z nich co nejmenší zlomek (s jednociferným čitatelem a jednociferným jmenovatelem/čitatel i jmenovatel mohou mít libovolný počet cifer).

Poskládej z nich co největší zlomek.

Poskládej z nich zlomek, který je co možná nejbliže číslu 1.

Jak bys obecně popsal postup, který vede k nalezení co nejmenšího zlomku?

Z kartiček 1 až 9 si libovolně vyber 4 kartičky.

Poskládej z nich dva zlomky.

Najdi takové, aby jejich součet byl co možná nejbliže číslu 2.

Najdi takové, aby jejich součet byl co možná nejbliže číslu 1.

Najdi takové, aby jejich součin byl co možná nejbliže číslu 1.

Najdi takové, aby jejich podíl byl co možná nejbliže číslu 1.

Jaké 4 kartičky bys musel vybrat a jaké dva zlomky z nich poskládat, aby jejich součet byl největší ze všech možných?

Zajímavou variantu úloh s kartičkami, která využívá faktor náhody, nabízí Krejčová [3, s. 80–81].

3 ZÁVĚREČNÉ OHLÉDNUTÍ

V minulých letech jsme začleňovali prvky badatelsky orientovaného vyučování do univerzitních kurzů matematiky a didaktiky matematiky pro budoucí učitele 1. stupně ZŠ. Během těchto kurzů jsme průběžně sbírali data a sledovali možný vliv badatelsky orientovaného vyučování na profesní kompetence budoucích učitelů: na jejich znalosti matematického obsahu, didaktické znalosti obsahu, postoje a nazírání na matematiku, na podobu jejich průběžných praxí.

Dílčí výsledky je možno považovat za slibné. Během kurzu matematiky byl zaznamenán kladný vliv na přístup budoucích učitelů k argumentaci a na jejich argumentační schopnosti: budoucí učitelé efektivněji používají protipříklady a místo empirických argumentů (např. několika jednotlivých příkladů, příkladů

s velkými čísly) se více či méně úspěšně snaží používat argumenty deduktivního charakteru [9]. U absolventů kurzu se také rozvinul otevřený přístup k matematice: nehledají pouze jedno řešení předloženého problému, akceptují různé formy zápisu daného řešení, někteří se snaží hledat všechna řešení problému a ověřovat, že žádná další řešení už neexistují [8]. Zaznamenali jsme i změny v postojích a názírání na matematiku: v sebereflexích na konci kurzu budoucí učitelé deklarovali několik nově získaných pohledů na matematiku, které mají kladný vliv na proces učení se: např. zjištění, že pokud si něco sami objeví, lépe se jim to pamatuje; že při objevování se vynořují nové souvislosti; že řešení gradujících úloh pomáhá, protože umožňuje pochopit nejprve jednodušší věci; že lepšímu pochopení učiva pomáhá propojování teorie s příklady nebo s praktickými aplikacemi [10].

Podrobné praktické informace související s plánováním a vedením badatelsky orientovaných univerzitních kurzů a naše zkušenosti z těchto kurzů jsou popsány v příspěvcích [6, 13]. Příspěvky se mj. věnují tomu, jak najít dostatek času pro badatelsky orientované aktivity, jaké úlohy z hlediska obsahového cíle pro badatelsky orientovanou výuku vybírat, jak tyto úlohy diskutovat a jak je do výuky začleňovat.

Více podrobností o badatelsky orientovaném vyučování matematice, o teoretických rámcích založených na podobných myšlenkách, o teoretickém modelu procesu bádání a o úlohách podněcujících bádání naleznete v přehledové studii [7]. Studie nabízí členění úloh podněcujících bádání podle struktury úlohy (úlohy jednoduché, úlohy hierarchicky složené, úlohy s dynamickým vstupem, úlohy s dynamickým výstupem) a uvádí náměty 20 takových úloh s různým matematickým obsahem (aritmetika, geometrie, finanční gramotnost, propedeutika statistiky, propedeutika matematického modelování) a s odstupňovanou obtížností (pro 1. stupeň ZŠ, 2. stupeň ZŠ, SŠ; každá úloha vychází z obtížnosti pro 1. stupeň ZŠ).

PODĚKOVÁNÍ

Článek vznikl za podpory GA ČR v rámci projektu 14-01417S.

LITERATURA

- [1] KIRKBY, D. *More Investigations*. London: HarperCollins Publishers, 1995.
- [2] KIRKBY, D. *Go Further With Investigations*. London: HarperCollins Publishers, 1996.
- [3] KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni základní školy*. Praha: SPN, 2014.
- [4] ROUBÍČEK, F. Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice II. In B. Bastl, M. Lávička, *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2014, s. 169–174.

- [5] SAMKOVÁ, L. Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice I. In B. Bastl, M. Lávička, *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014*. Plzeň: Vydavatelství servis, 2014, s. 187–192.
- [6] SAMKOVÁ, L. Badatelsky orientované vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů. In M. Uhlířová, *EME2016 Proceedings. Primární matematické vzdělávání v souvislostech*. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2016, s. 9–14.
- [7] SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M. Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione*. roč. 6, č. 1, 2015, s. 91–122.
- [8] SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *ERIES Journal*, roč. 9, č. 2, 2016, s. 37–44.
- [9] SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. Developing views of proof of future primary school teachers. In L. Balko, D. Szarková, D. Richtáriková, *Proceedings, 15th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2016*, Bratislava: STU, 2016, s. 987–998.
- [10] SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. *On the way to enhance future primary school teachers' beliefs about mathematics via inquiry based university courses*. Výzkumná zpráva přednesená na konferenci ICME-13, červenec 2016, Hamburk.
- [11] STACEY, K., a kol. *Specific mathematics assessments that reveal thinking*. Smart tests research and development project, 2016, <http://www.smartvic.com> (cit. 8. 6. 2016).
- [12] TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice III. In B. Bastl, M. Lávička, *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014*. Plzeň: Vydavatelství servis, 2014, s. 217–223.
- [13] TICHÁ, M., SAMKOVÁ, L. Badatelsky orientované vzdělávání jako jedna z cest ke zkvalitňování profesionality učitelů. In M. Uhlířová, *EME2016 Proceedings. Primární matematické vzdělávání v souvislostech*. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2016, s. 222–226.
- [14] ULM, V. (Ed.). *Inquiry-based mathematics education for gifted children in primary school*. Augsburg: University of Augsburg, 2011.