

Tento výukový materiál byl vytvořen v rámci projektu Matematech – Matematickou cestou k technice	
Název:	Středověký jeřáb
Předmět:	Matematika
Téma:	Přímá úměrnost
Věk žáků:	12 – 15
Časová dotace:	1 vyuč. hodina
Potřebné pomůcky, požadavky na techniku:	okopírované zadání nebo projekce
Požadované znalosti a dovednosti žáků:	přímá úměrnost, trojčlenka, zlomky, úpravy výrazů
Získané dovednosti a znalosti:	rozbor technického problému, matematizace reálné situace, procvičení výpočtů
Aplikace tématu v reálném životě:	příklad historického řešení
Zdroje:	článek ČTK, fotografie z dokumentu ČT
Autor:	M. Tyle

Středověký jeřáb

zpráva ČTK 30. 5. 2018

Na opravě věže Jakobínka bude pracovat středověký jeřáb. Pohání ho lidská síla.



Šestou sezonu odborníci z českobudějovického památkového ústavu pokračují v ojedinělém stavebním experimentu při obnově věže Jakobínka v Rožmberku nad Vltavou. Pomocí repliky středověkého jeřábu poháněného lidskou silou se v letošním roce pustí do opravy střechy.

Replika středověkého jeřábu dlouhá 14 a vysoká 7 metrů s kolem na lidský pohon byla koncem minulého měsíce vyzdvižena na vrchol věže.

S jeho pomocí se do třicetimetřové výšky vytáhnou kamenné krakorce, tesařské prvky pro konstrukci krovu a ochozu, střešní krytina, kámen a malta potřebná pro opravu věže. Dolů pak bude jeřáb snášet suť.



Kolo středověkého jeřábu na lidský pohon před jeho instalací na vrcholu věže Jakobínka



Zadání úlohy

Předpokládejme poloměr velkého kola 240 cm, poloměr navijáku lana 30 cm. Člověk roztáčí kolo svojí chůzí uvnitř. Předpokládejme, že každý krok měří 50 cm a že při tom člověk klade chodidla vždy 5 cm vysoko.

Otázky:

- 1) Kolik kroků je zapotřebí, než se otočí velké kolo jeřábu jednou dokola?
- 2) Kolik kroků je zapotřebí, než dojde k vyzdvižení nákladu do výšky 40 m?
- 3) Jaké převýšení přitom člověk musí překonat?



Řešení:

1) Obvod kola je $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 240 = 1507,2$ cm, což je přibližně 15 metrů.

Člověk tedy musí urazit 15 metrů, což odpovídá 30 krokům o délce 50 cm.

2) Při jedné otáčce kola dojde i k jedné otáčce navijáku, lano se tedy navine o délku rovnou obvodu navijáku, což je $2 \cdot 3,14 \cdot 30 = 188$ cm, tedy 1,88 metrů.

Pomocí trojčlenky lze určit vzdálenost x , kterou je třeba urazit v kole, aby došlo ke zdvižení břemene o 40 m:

1,88 m.....15 m

40 m..... x m

z čehož vychází $x = (40:1,88)15 = 319$ m, tedy 638 kroků.

3) Jestliže každý krok odpovídá převýšení 5 cm, pak 638 kroků odpovídá celkovému převýšení asi 32 metrů.

Poznámky:

1) Úlohu je možné zadat také otevřeně bez konkrétních číselných údajů. Žáci sami si nejprve určí, které údaje jsou k výpočtu potřebné, potom je mohou obdržet od učitele, anebo je mohou číselně zkusit odhadnout podle fotografií nebo i jiných jim dostupných materiálů.

2) Úlohu je možno rozšířit i o fyzikální úvahy na téma jednoduchých strojů a fungování podobných mechanismů. Přemýšlet mohou žáci o práci a výkonu člověka v kole, o třecích silách, o momentu síly, o rovnováze sil atd.

3) K úloze jsou vytvořeny dva doplňkové aplety v Geogebře, které mohou, ale nemusí být při výuce použity. První představuje princip kola s navijákem ve 3D zobrazení s animací pohybu kola. Druhý zobrazuje kolo ve 2D a je doplněním úlohy o výpočet výšky, do které vystoupá náklad, ujde-li člověk v kole daný počet kroků. Počet kroků lze nastavit posuvníkem. Aplet je obohacen o animaci pohybu a o zobrazení okamžité výšky nákladu.



